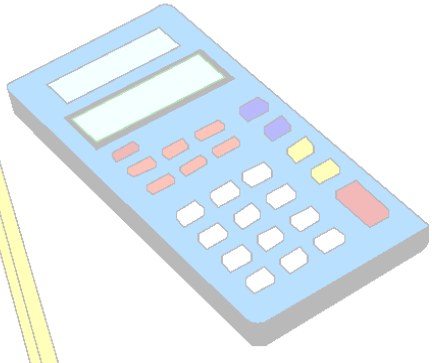
سلسلة



الأوائل

فى

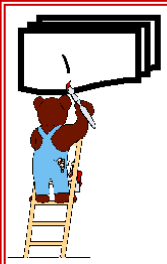
الجـــبر

للصف الثالث الإعدادى

إعداد م / وليد رشدى

هدية مجانية

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



الوحدة الأولى

١ حل معادلتين فى متغيرين من الدرجة الأولى

٢ حل معادلتين فى متغيرين من الدرجة الثانية

٣ القانون العام لحل معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد

٤ حل معادلة الدرجة الثانيةفى متغير واحد بيانيا

حل معادلتين فى متغيرين

مثال (١)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا :

١) $س + ٤ = ٣$ ، $ص - ١ = ٥$

٢) $س = ٣$ ، $ص - س = ٢$

١) ∵ $س = ٣ - ٤ = -١$ ∴ $ص = ٥ + ١ = ٦$

م.ع = $\{(-١ ، ٦)\}$

٢) ∵ $س = ٣$ ∴ $ص - ٣ = ٢$ ∴ $ص = ٢ + ٣ = ٥$

∴ $ص = ٥$

م.ع = $\{(٣ ، ٥)\}$

مثال (٢)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا :

١) $س + ٢ = ٠$ ، $ص + ٣س = -٥$

٢) $س + ص = ٨$ ، $س = ص$

الحل

١) ∵ $س + ٢ = ٠$

$س = -٢$

$ص + ٣س = -٥$

$ص + ٣(-٢) = -٥$

$ص = ١$

$ص - ٦ = -٥$

$ص = ٦ - ٥$

م.ع = $\{(-٢ ، ١)\}$

٢) $ص + ص = ٨$

$س = ص$

$٢ص = ٨$

$ص = ٤$

$س = ٤$

م.ع = $\{(٤ ، ٤)\}$

مثال (٣)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا : $٢س + ص = ١٠$ ، $ص = ٣س$

الحل

∵ $٢س + ٣س = ١٠$ ∴ $٥س = ١٠$ ∴ $س = ٢$

∴ $ص = ٣(٢) = ٦$

م.ع = $\{(٢ ، ٦)\}$

مثال (٤)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا : ٢س – ص – ٣ = ٠ ، س – ص – ١ = ٠

نوجد ص بدلالة س من المعادلة (٢) ص = س – ١

نعوض عن قيمة ص في المعادلة الأولى ٢س – (س – ١) – ٣ = ٠

٢س – س + ١ – ٣ = ٠ س = ٢ نعوض في المعادلة (١) عن قيمة س = ٢

ص = ٢ – ١ ص = ١

الحل المشترك للمعادلتين س = ٢ ، ص = ١ م.ع = {(٢،١)}

مثال (٤)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا : ٢س – ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤

الحل من المعادلة (١) ص = ٢س – ٣ بالتعويض من (٣) في المعادلة (٢) عن ص

س + ٢ (٢س – ٣) = ٤

س + ٤س – ٦ = ٤ ٥س = ١٠ س = ٢

بالتعويض في المعادلة (١) ص = ٢س – ٣ = ٢ (٢) – ٣ = ٤ – ٣ = ١

الحل المشترك للمعادلتين س = ٢ ، ص = ١ م.ع = {(٢،١)}

مثال (٥)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا : ٣س – ٢ص = ٤ ، ٢س + ص = ١٣

الحل ص = ١٣ – ٢س بالتعويض من (٣) في (١) ٣س – ٢(١٣ – ٢س) = ٤

٣س – ٢٦ + ٤س = ٤ ٧س – ٢٦ = ٤ ٧س = ٢٦ + ٤

٧س = ٣٠ $س = \frac{٣٠}{٧}$

بالتعويض عن قيمة س في (٣) $ص = ١٣ - ٢(\frac{٣٠}{٧}) = \frac{٦٠ - ١٣ \times ٧}{٧}$

$\therefore ص = \frac{٦٠ - ٩١}{٧} = \frac{٣١}{٧}$ م.ع = $\{(\frac{٣٠}{٧}، \frac{٣١}{٧})\}$

مثال (٦)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا بالحذف: س + ص = ٥ ، س − ص = ١

الحل

س + ص = ٥	٣ + ص = ٥
س − ص = ١	ص = ٥ − ٣ = ٢
٢س = ٦	ص = ٢
س = ٣	مجموعة الحل = {(٣ ، ٢)}

مثال (٧)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا بالحذف: س + ٢ص = ٥ ، س − ٢ ص = ١

الحل

س + ٢ص = ٥	٣ + ٢ص = ٥
س − ٢ص = ١	٢ص = ٥ − ٣ = ٢
٢س = ٦	ص = ١
س = ٣	مجموعة الحل = {(٣ ، ١)}

مثال (٨)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا بالحذف: ٢س + ص = ٣ ، ٢س + ٣ص = ٥

الحل

٢س + ص = ٣	٢س + ١ = ٣
٢س + ٣ص = ٥	٢س = ٣ − ١ = ٢
− ٢ص = − ٢	١ = ١
ص = ١	مجموعة الحل = {(١ ، ١)}

مثال (٩)

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا بالحذف: ٢س + ٥ص = ٩ ، ٣س − ص = ٥

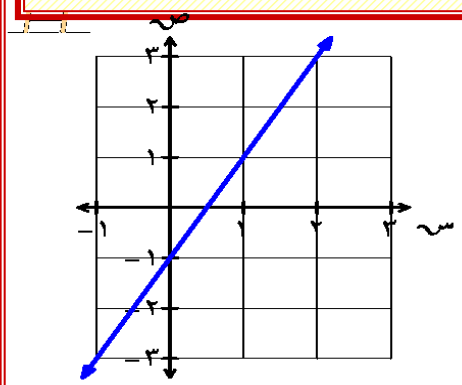
الحل

٢س + ٥ ص = ٩	٢ × ٢ + ٢ص = ٩
١٥س − ٥ص = ٢٥	٢ص = ٩ − ٤ = ٥
١٧س = ٣٤	∴ ص = $\frac{٥}{٢}$ ∴ مجموعة الحل = {(٢ ، $\frac{٥}{٢}$)}
س = ٢	

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مثال (١٠)

أوجد مجموعة حل المعادلة بيانيا $٢س - ص = ١$



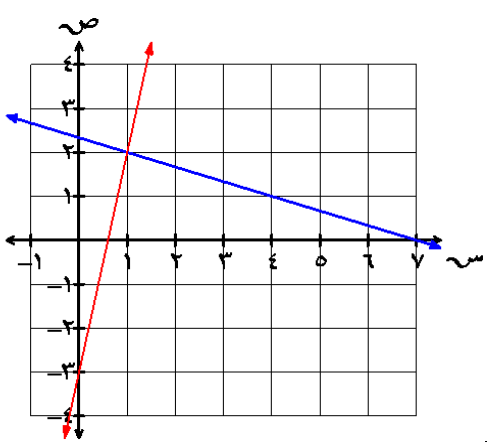
عند $س = صفر$ ، $ص = ١-$ ، $(٠ ، ١-)$

عند $س = ١$ ، $٢ - ص = ١$ ، $ص = ١$ ، $(١ ، ١)$

م.ع = عدد لا نهائي من الحلول

مثال (١١)

أوجد مجموعة حل المعادلتين بيانيا $ص = ٥س - ٣$ ، $س + ٣ص = ٧$



عند $س = صفر$ ، $ص = ٠ - ٣$ ، $(٠ ، ٣-)$

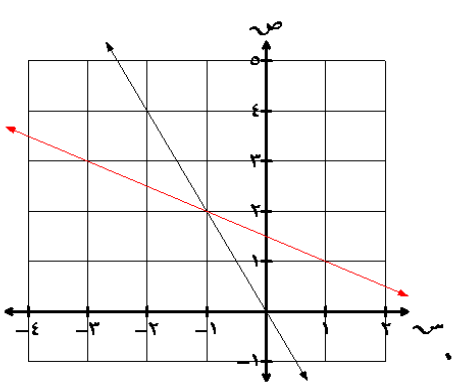
عند $س = ١$ ، $ص = ٥ \times ١ - ٢ = ٣ - ٥ = ٢$ ، $(١ ، ٢)$

عند $س = ١$ ، $١ + ٣ص = ٧$ ، $٣ص = ٦$ ، $ص = ٢$ ، $(١ ، ٢)$

عند $س = ٧$ ، $ص = ٠$ ، م.ع = $\{(١ ، ٢)\}$

مثال (١٢)

أوجد مجموعة حل المعادلتين بيانيا $٢س + ص = ٠$ ، $س + ٢ص = ٣$



$٢س + ص = ٠$ عند $س = صفر$ ، $٠ + ص = ٠$ ، $ص = ٠$ ، $(٠ ، ٠)$

$س + ٢ص = ٣$ عند $س = ١$ ، $١ + ٢ص = ٣$ ، $٢ص = ٣ - ١ = ٢$ ، $ص = ١$ ، $(١ ، ١)$

عند $س = ٣$ ، $٣ + ٢ص = ٣$ ، $٢ص = ٣ - ٣ = ٠$ ، $ص = ٠$ ، $(٣ ، ٠)$

م.ع = $\{(١- ، ٢)\}$

مثال (١٣)

أوجد مجموعة حل المعادلتين بيانيا ص = ٣س − ١ ، س − ص + ١ = ٠

ص = ٣س − ١ عند س = ٠

ص = ٣ (٠) − ١ = − ١ (٠ ، − ١)

عند س = ١ ص = ٣ (١) − ١ = ٣ − ١ = ٢

(١ ، ٢)

س − ص + ١ = ٠ عند س = صفر ٠ − ص + ١ = ٠

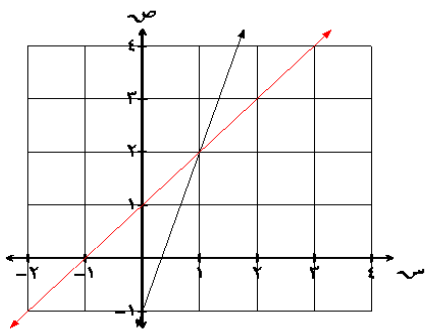
− ص = − ١ ص = ١

عند س = ١ − ص + ١ = ٠

٢ − ص = ٠ − ص = − ٢

ص = ٢

م.ع = {(١ ، ٢)}



(١ ، ٠)

مثال (١٤)

أوجد مجموعة حل المعادلتين بيانيا ٣س + ص = ٣ ، ٢ص + ٦س = ١٢

٣س + ص = ٣ ، ٢ص + ٦س = ٦

عند س = ٠ ٠ + ص = ٣ ص = ٣

(٠ ، ٣)

عند س = ١ ٣ + ص = ٣ ص = ٠

(١ ، ٠)

٢ص + ٦س = ١٢

عند س = ٠ ٢ ص + ٠ = ١٢ ص = ٦

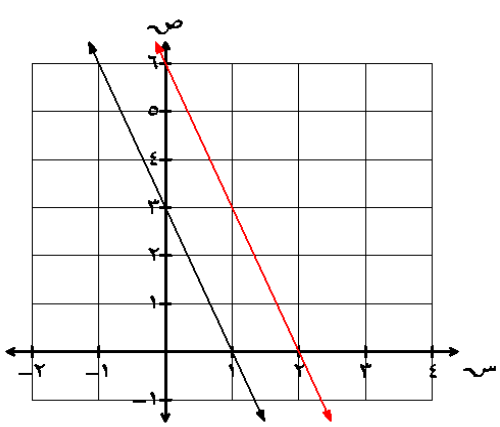
(٠ ، ٦)

عند س = ١ ٢ص + ٦ (١) = ١٢

٢ص + ٦ = ١٢ ٢ص = ١٢ − ٦

٢ص = ٦ ص = ٣ (١ ، ٣)

م.ع = ∅



مثال (١٥)

أوجد مجموعة حل المعادلتين بيانيا $٣س + ٢ص = ٦$ ، $ص = \frac{٣}{٢}س - ٣$

$٣س + ٢ص = ٦$

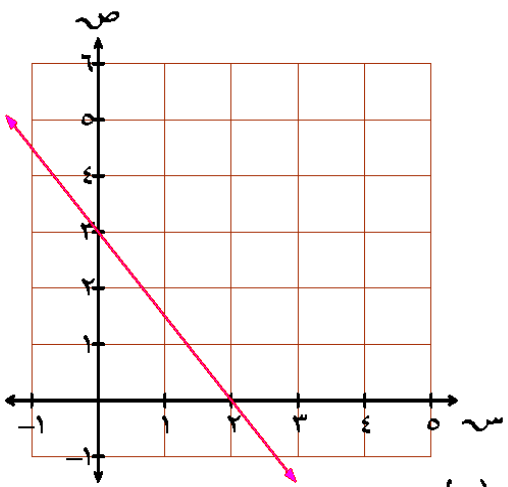
عند $س = ٠$: $٣(٠) + ٢ص = ٦$ ، $٠ + ٢ص = ٦$ ، $ص = ٣$ ، $(٠ ، ٣)$

عند $ص = ٠$: $٣س + ٢(٠) = ٦$ ، $٣س = ٦$ ، $س = ٢$ ، $(٢ ، ٠)$

$ص = \frac{٣}{٢}س - ٣$

عند $س = ٠$: $ص = \frac{٣}{٢}(٠) - ٣$ ، $ص = -٣$ ، $(٠ ، -٣)$

عند $ص = ٠$: $٠ = \frac{٣}{٢}س - ٣$ ، $\frac{٣}{٢}س = ٣$ ، $٣س = ٦$ ، $س = ٢$ ، $(٢ ، ٠)$



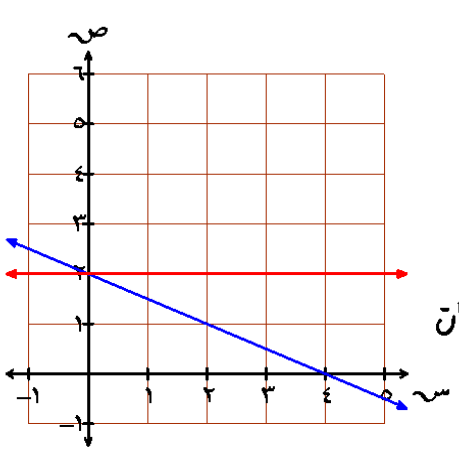
م.ع = عدد لا نهائي من الحلول

مثال (١٦)

أوجد مجموعة حل المعادلتين بيانيا $س + ٢ص = ٤$ ، $ص - ٢ = ٠$

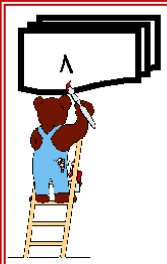
عند $س = ٠$: $٢ص = ٤$ ، $ص = ٢$ ، $(٠ ، ٢)$

عند $ص = ٠$: $س + ٢(٠) = ٤$ ، $س = ٤$ ، $(٤ ، ٠)$



$ص - ٢ = ٠$ وهي معادلة خط مستقيم يوازي محور السينات ويقطع محور الصادات في النقطة $(٠ ، ٢)$

م.ع = $\{(٠ ، ٢)\}$



بحث نوع الخطين دون رسمهما

إذا كان : $أ س + ب ص + جـ = ٠$ ، $هـ س + و ص + ن = ٠$

١ $\frac{أ}{هـ} = \frac{ب}{و} = \frac{جـ}{ن}$ **كان المستقيمان متطابقان**　　**عدد الحلول = عدد لا نهائي من الحلول**

م.ح = $\{(س ، ص) ، أ س + ب ص + جـ = ٠\}$

٢ $\frac{أ}{هـ} = \frac{ب}{و} \neq \frac{جـ}{ن}$ **كان المستقيمان متوازيان**　　**عدد الحلول = صفر**

م.ح = $\varnothing$

٣ $\frac{أ}{هـ} \neq \frac{ب}{و}$ **كان المستقيمان متقاطعان**　　**عدد الحلول = حل وحيد**

م.ح = $\{(س ، ص)\}$ **بطريقة الحذف أو التعويض**

مثال (١)

بين نوع الخطين التاليين　　$٢س + ٣ص = ١$ ، $٤س + ٦ص = ٢$

نوجد أولا $\frac{أ}{هـ} ، \frac{ب}{و} ، \frac{جـ}{ن}$

$\therefore \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

$\therefore \frac{٢}{٤} ، \frac{٣}{٦} ، \frac{١}{٢}$

$\therefore \frac{أ}{هـ} = \frac{ب}{و} = \frac{جـ}{ن}$

∴ المستقيمان متطابقان

مثال (٢)

بين نوع الخطين التاليين　　$٢س + ٢ص = ٥$ ، $٣س + ٣ص = ٢$

نوجد أولا $\frac{أ}{هـ} ، \frac{ب}{و} ، \frac{جـ}{ن}$

$\therefore \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣} \neq \frac{٥}{٢}$

$\therefore \frac{٢}{٣} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{٥}{٢}$

$\therefore \frac{أ}{هـ} = \frac{ب}{و} \neq \frac{جـ}{ن}$

∴ المستقيمان متوازيان

مثال (٣)

بين نوع الخطين التاليين $س + ٢ ص = ٦$ ، $٣ س + ٤ ص = ١$

نوجد أولا $\frac{م}{هـ}$ ، $\frac{ب}{و}$ ، $\frac{جـ}{ن}$ $\therefore$ $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٤}$ ، $\frac{٦}{١}$

$\therefore$ $\frac{١}{٣} \neq \frac{١}{٢}$ $\therefore$ $\frac{م}{هـ} \neq \frac{ب}{و}$ $\therefore$ **المستقيمان متقاطعان**

مثال (٤)

احسب قيمة ك التي تجعل المستقيمان $س + ٣ ص + ١ = ٠$ ، $٣ س + ك ص = ٧$ **متوازيان**

الحل

نكتب المعادلتين بنفس الشكل $س + ٣ ص + ١ = ٠$ ، $٣ س + ك ص - ٧ = ٠$

∵ المستقيمان متوازيان $\therefore$ $\frac{م}{هـ} = \frac{ب}{و} \neq \frac{جـ}{ن}$

$\therefore$ $\frac{١}{٣} = \frac{٣}{ك}$ $\therefore$ $ك = ٣ \times ٣ = ٩$ $\therefore$ $ك = ٩$

مثال (٥)

احسب قيمة م ، ك التي تجعل المستقيمان $٥س + م ص = ٤$ ، $٣ س + ٦ ص = ك$ **متطابقان**

الحل

نكتب المعادلتين بنفس الشكل $٥س + م ص = ٤$ ، $٣ س + ٦ ص = ك$ **متطابقان**

∵ المستقيمان متطابقان $\therefore$ $\frac{م}{هـ} = \frac{ب}{و} = \frac{جـ}{ن}$ $\therefore$ $\frac{٥}{٣} = \frac{م}{٦} = \frac{٤}{ك}$

$\therefore$ $\frac{٥}{٣} = \frac{م}{٦}$ $\therefore$ $٣٠ = ٣ م$ $\therefore$ $م = \frac{٣٠}{٣}$ $\therefore$ $م = ١٠$

$\therefore$ $\frac{٥}{٣} = \frac{٤}{ك}$ $\therefore$ $١٢ = ٥ك$ $\therefore$ $ك = \frac{١٢}{٥}$

تمارين (١) على حل معادلتين فى متغيرين جبريا وبيانيا

(١) أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $ل_١ \cap ل_٢ = \varnothing$ فان مجموعة حل المعادلتين اللتين يمثلهما المستقيمان $ل_١ ، ل_٢$ هى .....

٢ معادلتان يمثلهما المستقيمان $ل_١ ، ل_٢$ ولهما عدد لا نهائى من الحلول فان المستقيمين يكونان .....

٣ مجموعة حل المعادلتين : $س + ص = ٠ ، ص - ٥ = ٠$ فى ح × ح هى .....

٤ إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين : $س + ٣ص = ٤ ، س + أ ص = ٧$ متوازيان فان : أ = ...

٥ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : $س = ٣ ، ص = ٥$ يتقاطعان فى النقطة .....

٦ نقطة تقاطع المستقيمين : $س + ٧ = ٠ ، ص - ١ = ٠$ تقع فى الربع .....

٧ مجموعة حل المعادلتين : $٤س + ص = ٦ ، ٢ص = ١٢ - ٨ س$ فى ح × ح هى .....

٨ الحل الوحيد للمعادلتين : $ص = ٢ ، ٣س = ص$ فى ح × ح هى .....

٩ مجموعة حل المعادلتين : $س + ص = ٠ ، ص = ٤$ فى ح × ح هى .....

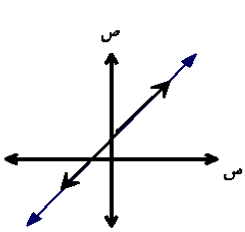
١٠ مجموعة حل المعادلتين : $س + ص = ٦ ، ص = س$ فى ح × ح هى .....

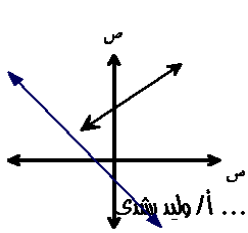
١١ إذا كان للمعادلتين : $س + ٢ص = ١ ، س + أ ص = ٢$ حل وحيد فان أ لا يمكن أن تساوى .....

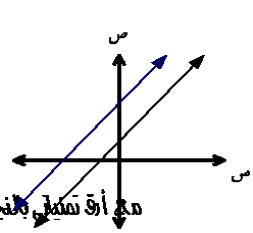
١٢ مجموعة حل المعادلتين : $س + ٣ص = ٤ ، ٣ص = ١ - س$ فى ح × ح هى .....

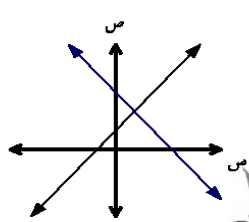
(٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى من الأشكال التالية يمثل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين ليس لهما حل مشترك ؟

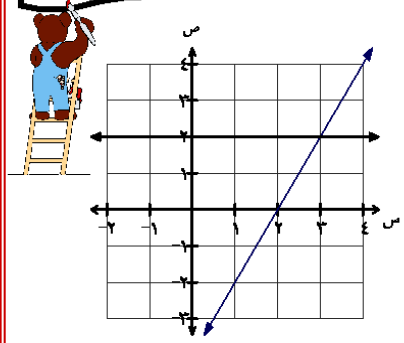








موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



❷ في الشكل المقابل :

مجموعة حل المعادلتين اللتين يمثلهما المستقيمان ل١ ، ل٢ هي .....

① {(٢ ، ٢)} ② {(٣ ، ٢)}

③ {(٢ ، ٠)} ④ {(٢ ، ٣)}

❸ نقطة تقاطع المستقيمين : ص = س ، س + ٢ = ٠ هي .....

① {(٢ ، ٢)} ② {(٢ ، −٢)} ③ (−٢ ، ٢) ④ (−٢ ، −٢)

❹ المستقيمان : ص = س −٣ ، ص = س + ٣ يكونان .....

① متوازيان ② متعامدان ③ منطبقان ④ متقاطعان

❺ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س − ص = ٢ ، ٢س − ٢ص = ٤ يكونان .....

① متقاطعين ② منطبقين ③ متوازين ④ متعامدين

❻ مجموعة حل المعادلتين : س − ٢ = ٠ ، ص + ٥ = ٠ في ع × ع هي

① {(٢ ، ٥)} ② {(٢ ، ٤)} ③ {(١ ، ٣)} ④ {(٣ ، ١)}

❼ المستقيمان : ٣س + ٥ص = ٠ ، ٥س − ٣ص = ٠ يتقاطعان في .....

① نقطة الأصل ② الربع الأول ③ الربع الثاني ④ الربع الرابع

❽ عدد حلول المعادلتين : س − $\frac{١}{٢}$ ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢ في ع^{٢} هو .....

① حل وحيد ② حلان ③ عدد لانهائي ④ صفر

❾ إذا كان للمعادلتين س + ٤ص = ٧ ، ٣س + م ص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول فان : ك = ...

① ٤ ② ٧ ③ ١٢ ④ ٢١

❿ إذا كان : (س + ص ، −٣) = (٥ ، س − ص) فان : (ص ، س) = ...

① (−٣ ، ٥) ② (٥ ، −٣) ③ (١ ، ٤) ④ (٤ ، ١)

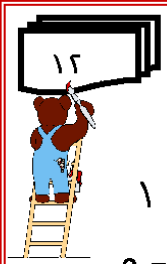
✍ [٣] ما عدد حلول كل ازواج من المعادلات الآتية :

❶ ٧س + ٤ص = ٦ ، ٥س − ٢ص = ١٤

❷ ٤س + ٢ص = ١٠ ، ص = −٢س − ٥

❸ ٩س + ٦ص = ٢٤ ، ٣س + ٢ص = ٨

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



[٤] أوجد مجموعة حل أزواج المعادلات الآتية بيانيا وجبريا :

١) س + ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢
٢) س + ص = ٣ ، س − ص = ١
٣) س = ٣ ، ٣ س − ٥ ص = ١
٤) ٣ ص = ٦ ، س + ٦ ص = ١٢
٥) ص = ٢س − ١ ، ٢ ص + س = ٨
٦) س = ١ + ص ، س + ٢ ص + ٥ = ٠
٧) س − ٢ص = ٧ ، ٢ س + ص = ٤
٨) ٣ص − س = ٣ ، ص − ٣س + ٧ = ٠
٩) س + ٢ص = ١٢ ، ٣س − ص = ١
١٠) س + ٣ ص = ٥ ، ٢ س + ص = ٥
١١) س + ص = ٥ ، ص − س = ١
١٢) ٢ س + ص = ٣ ، س − ٢ص = ٤
١٣) ٢س + ٣ص = ١٢ ، ٣س − ص = ٧
١٤) س − ٢ص = ٢ ، ٢س − ص = ١
١٥) س + ٧ص = ٢٢ ، ٤س + ٣ص = ١٣
١٦) س + ص = ٧ ، ص + ٢س = ١٠

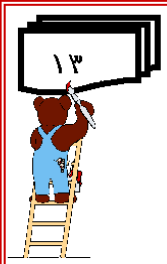
[٥] أوجد مجموعة حل أزواج المعادلات الآتية جبريا :

١) ص = ٢س − ١ ، س + ٢ص = ٨
٢) س + ص = ٥ ، ص = ٨ − ٢س
٣) س + ص = ١ ، ص = ٢س + ٤
٤) س + ٢ص − ١ = ٠ ، ص + ٢س = ٨
٥) ٢س + ص = ٣ ، ٣س = ٥ − ص
٦) س + ص = ٦ ، ٢س + ص − ٨ = ٠
٧) ٢س − ص = ٣ ، س + ٣ص = ٥
٨) س + ٣ص = ١١ ، ص − ٣س + ١٣ = ٠
٩) س + ٢ص = ٧ ، ٣س + ص = ١١
١٠) ٣س = ٢ص ، س − ص + ١ = ٠
١١) س − ٢ص = ٧ ، ٢س + ٣ص = ٠
١٢) س − ص = ٥ ، ٢س + ٣ص = ٠
١٣) ٥ص = ٢س + ١ ، س − ٢ص = ١
١٤) ٢س + ص = ٧ ، س − ٢ص + ٤ = ٠
١٥) س − ص = ٦ ، س + ص = ٠
١٦) ٣س + ص = ٨ ، ٧س − ص = ١٤
١٧) ٢س + ص = ٤ ، س − ٢ص + ٣ = ٠
١٨) ٢س − ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤
١٩) ٣س + ص = ١٥ ، س − $\frac{٣}{٢}$ص = ٢

[٦] اوجد قيمة أ ، ب فى كل مما يأتى :

١) أ س + ب ص − ٥ = ٠ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧ علما بأن : (٣ ، −١) حل المعادلتين .
٢) أ س + ب ص + ٥ = ٠ ، ٢ أ س + ب ص − ١ = ٠ علما بأن : (١ ، ٢) حل المعادلتين .

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



[٨] إذا كانت : { (– ٣ ، ٥) ، (٥ ، ١) } ⊂ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، معادلة $\overleftrightarrow{جـ ء}$ هي : ص = س – ١

أوجد : $\overleftrightarrow{أ ب} \cap \overleftrightarrow{جـ ء}$

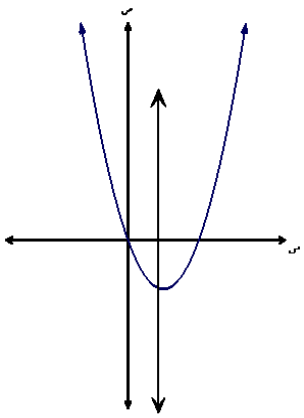
[٩] إذا كان : (– ء ، ٢جـ) ، (٣ء – ٢ ، ٣ – جـ) حلين للمعادلة س + ص = ٤

فأوجد قيمة كل من : جـ ، ء

[١٠] إذا كان : $\frac{٢}{س} + \frac{٣}{ص} = ١٠$ ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٣$ فأوجد قيمة كل من : س ، ص

[١١] إذا كانت $س^{-١} - ص^{-١} = ١$ ، $س^{-١} + ص^{-١} = ٥$ فأوجد قيمة كلا من : س ، ص

[١٢] في الشكل المقابل :



د (س) = أ $س^{٢}$ + ب س + جـ (حيث أ ≠ صفر)

فإذا كان معادلة محور التماثل ل هي س = ١ ،

أن القيمة الصغرى للدالة د هي : – ٢

أوجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ

[١٣] إذا كانت : د (س) = أ $س^{٢}$ + ب وكانت د (١) = ٥ ، د (٢) = ١١

فأوجد قيمتي : أ ، ب

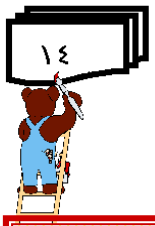
[١٤] إذا كانت : د (س) = ٢$س^{٢}$ + ب س + جـ وكانت : د (س) = ٠

عندما س ∈ { ٠ ، ٣ } فأوجد قيمة كل من : ب ، جـ

[١٤] إذا كان منحنى الدالة د (س) = $س^{٢}$ + ٥س + جـ يقطع محور السينات عند س = ٢

، عند س = ء فأوجد قيمتي جـ ، ء حيث ء عدد سالب

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي　D.M.RAZK



حل معادلتين فى متغيرين من الدرجة الثانية

مثال١

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا بالتعويض

❶ $س = ٣$ ، $س ص = ٦$

❷ $س = ٣$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٣$

❸ $س = ص$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠$

❶ $س = ٣$ $\quad ٣ص = ٦$ $\quad ص = ٢$ $\quad م.ع = \{(٣ ، ٢)\}$

❷ $س = ٣$ $\quad \therefore ٩ + ص^{٢} = ١٣$ $\quad \therefore ص^{٢} = ١٣ - ٩$ $\quad \therefore ص^{٢} = ٤$

$\therefore ص = \pm ٢$ $\quad \therefore م.ع = \{(٣ ، ٢)(٣ ، -٢)\}$

❸ $٢ص^{٢} = ٥٠$ $\quad ص^{٢} = ٢٥$ $\quad ص = \pm ٥$

$م.ع = \{(-٥ ، ٥)(٥ ، ٥)\}$

مثال٥

أوجد مجموعة حل المعادلتين

❶ $س = -٢ص$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٤٥$

❷ $س = ص + ١$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٣$

❶ $س = -٢ص$ $\quad ٤ص^{٢} + ص^{٢} = ٤٥$ $\quad ٥ص^{٢} = ٤٥$

$ص^{٢} = ٩$ $\quad ص = \pm ٣$ $\quad ص = -٢(\pm ٣) = \mp ٦$

$م.ع = \{(-٦ ، ٣)(٦ ، -٣)\}$

❷ $س = ص + ١$ $\quad \therefore (ص + ١)^{٢} + ص^{٢} = ١٣$ $\quad \therefore ص^{٢} + ٢ص + ١ + ص^{٢} = ١٣$

$\therefore ٢ص^{٢} + ٢ص - ١٢ = ٠$ $\quad \therefore ص^{٢} + ص - ٦ = ٠$ $\quad \therefore (ص + ٣)(ص - ٢) = ٠$

$\therefore ص = -٣ ، ص = ٢$ $\quad \therefore س = -٣ + ١ = -٢$ $\quad \therefore س = ٢ + ١ = ٣$

$م.ع = \{(٣ ، ٢)(-٢ ، -٣)\}$

مثال٧

أوجد مجموعة حل المعادلتين $س = ص + ٢$ ، $س ص = ٦٣$

$\therefore س = ص + ٢$ $\quad \therefore (ص + ٢)ص = ٦٣$ $\quad \therefore ص^{٢} + ٢ص - ٦٣ = ٠$

$\therefore (ص + ٩)(ص - ٧) = ٠$ $\quad \therefore ص = -٩ ، ص = ٧$

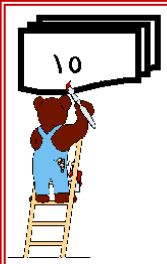
$\therefore س = -٩ + ٢ = -٧$ $\quad س = ٧ + ٢ = ٩$

$م.ع = \{(٩ ، ٧)(-٧ ، -٩)\}$

مع أرق تمنياتي بالنجاح والتفوق ... أ/ وليد رشدى

Mr : Walid Rushdy
01112467874
01062220750

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



تمارين على حل معادلتين فى متغيرين

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $س^{٢} - ص^{٢} = ١٢$ ، $س + ص = ٤$ فان $س - ص =$ .....

① ١٢ ② ٣ ③ ٣٢ ④ ٤٨

٢ مجموعة حل المعادلتين : $س - ص = ٠$ ، $س ص = ٩$ فى $ع \times ع$ هى .....

① $\{(٠ ، ٠)\}$ ② $\{(٣ ، ٣-)\}$ ③ $\{(٣ ، ٣)\}$ ④ $\{(٣- ، ٣-)، (٣ ، ٣)\}$

٣ مجموعة حل المعادلتين : $س = ١$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢$ فى $ع \times ع$ هى .....

① $\{(١ ، ١)\}$ ② $\{(١ ، ١-)\}$ ③ $\emptyset$ ④ $\{(١ ، ١-)، (١ ، ١)\}$

٤ مجموعة حل المعادلتين : $ص = -٢$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢$ فى $ع \times ع$ هى .....

① $\{(٢ ، ٢)\}$ ② $\{(٢- ، ٢-)\}$ ③ $\emptyset$ ④ $\{(٢- ، ٢-)، (٢ ، ٢)\}$

٥ الزوج المرتب الذى يحقق كلا المعادلتين : $س ص = ٢$ ، $س - ص = ١$ هو .....

① $(١ ، ١)$ ② $(٢ ، ١)$ ③ $(٢ ، ١)$ ④ $(٠,٥ ، ١)$

٦ أحد حلول المعادلتين : $س - ص = ٢$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٠$ هو .....

① $(٤- ، ٢)$ ② $(٢ ، ٤-)$ ③ $(٣ ، ١)$ ④ $(٤ ، ٢)$

٧ إذا كان : $ص = ١ - س$ ، $(س + ص)^{٢} + ص = ٥$ فان $ص =$ .....

① ٥ ② ٣ ③ ٤- ④ ٤

٨ إذا كان : $س^{٢} + س ص = ١٥$ ، $س + ص = ٥$ فان : $س =$ .....

① ٣ ② ٤ ③ ٥ ④ ٦

(٢) حل معادلتين فى متغيرين أحدهما من الدرجة الأولى و الأخرى من الدرجة الثانية

١ $س = ١$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٥$

٢ $ص = ٣$ ، $س ص = ٦$

٣ $س = -ص$ ، $س ص = ٤$

٤ $س = ص$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢$

٥ $ص = -س$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠$

٦ $ص = ٢س$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٥$

٧ $س - ٣ص = ٠$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠$

٨ $ص = ٣س$ ، $س^{٢} + ص^{٢} + س ص = ١٣$

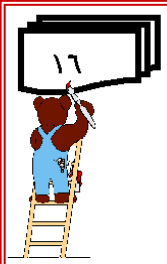
٩ $س - ص = ٠$ ، $س^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٧٥$

١٠ $ص + ٢ص = ٠$ ، $٦س^{٢} - ص^{٢} = ٧٢$

١١ $س + ٣ = ٠$ ، $٢س^{٢} - ص^{٢} = ١٤$

١٢ $ص - ٢س = ٠$ ، $س ص = ٨$

١٣ $س = ٠$ ، $س^{٢} + ص^{٢} + ٤س + ٣ ص = ١٠$



[٣] أوجد في ع × ع مجموعة حل كل زوج من المعادلتين الآتيتين :

١) س + ص = ٥ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ١٣

٢) س + ص = ٣ ، س ص − ٢ = ٠

٣) س + ص = ٧ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٢٥

٤) ص − س = ١ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ١٣

٥) س − ص = ٣ ، س ص − $ص^{٢}$ = ٦

٦) س − ص = ١ ، $س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = ٧

٧) س + ص = ٢ ، س ص + $ص^{٢}$ = ٤

٨) س + ص = ١ ، س ص + ١٢ = ٠

٩) س − ص − ٢ = ٠ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٢٥

١٠) س − ص = ٣ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ١٧

١١) س + ص = ٧ ، $س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = ٧

١٢) ص = س − ١ ، $ص^{٢}$ + س = ٧

١٣) س = ٥ − ص ، $س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = ٥٥

١٤) ص − س = ٤ ، س ص = ٥

١٥) ٢ص = ٣س ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ١٣

١٦) س − ٢ص = ٨ ، $ص^{٢}$ = س

١٧) ص = ٢س + ١ ، $٤س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ١٣

١٨) ٢س + ص = ١٠ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٢٥

[٤] أوجد في ع × ع مجموعة حل كل زوج من المعادلتين الآتيتين :

١) ص − س = ٢ ، $س^{٢}$ + س ص − ٤ = ٠

٢) س − ٢ص − ١ = ٠ ، $س^{٢}$ − س ص = ٠

٣) س − ٣ص = ١ ، $س^{٢}$ − ٢س ص − $ص^{٢}$ = ٠

٤) س + ٢ص = ٤ ، $س^{٢}$ + س ص + $ص^{٢}$ = ٧

٥) س − ص = ١ ، $س^{٢}$ + س ص + $ص^{٢}$ = ٧

٦) ص − س = ٣ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ − س ص = ١٣

٧) س + ٣ص = ١ ، س − ٣س ص = ٢٥

٨) س − ٥ص = ٣ ، $س^{٢}$ − ٢٥ $ص^{٢}$ = ٢١

٩) ٢س − ٥ ص = ٤ ، ٢$س^{٢}$ − ٥ س ص = ١٢

١٠) س − ص = ٣ ، $س^{٢}$ − ٣ س ص + $ص^{٢}$ = ٧

١١) س − ص = ٢ ، $(س − ٢)^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٣٢

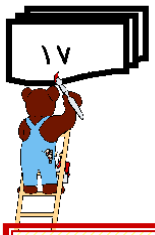
١٢) ص = ١ − س ، $(س + ص)^{٢}$ + ص = ٥

١٣) س + ٣ص = ٢ ، $س^{٢}$ + ٦س ص + ٩$ص^{٢}$ + ص = ٥

١٤) س + ص = ٢ ، $\frac{١}{س}$ + $\frac{١}{ص}$ = ٢ حيث س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠

١٥) س ص = ٦ ، $\frac{١}{س}$ + $\frac{١}{ص}$ = $\frac{٥}{٦}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



تطبيقات على حل معادلتين

مثال[١]

زاويتان متكاملتان ضعف قياس أكبرهما يساوى سبعة أمثال قياس الصغرى .
أوجد قياس كل زاوية .

نفرض أن الزاويتان س° > ص°

∵ الزاويتان متكاملتان ∴ س + ص = ١٨٠° ..... ❶

∴ ضعف قياس أكبرهما يساوى سبعة أمثال قياس الصغرى ∴ ٢ س = ٧ ص

∴ ٢ س − ٧ ص = ٠ ..... ❷ بضرب المعادلة ❶ × ٧ و الجمع

٧ س + ٧ ص = ١٢٦٠° ∴ ٩ س = ١٢٦٠° ∴ س = ١٤٠°

∴ ص = ١٨٠° − ١٤٠° = ٤٠°

مثال[٢]

زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° أوجد قياس كل منهما .

نفرض أن الزاويتان س° > ص° ∴ س + ص = ٩٠° ..... ❶

∵ س − ص = ٥٠° ..... ❷ بحل المعادلتين

∴ ٢ س = ١٤٠° س = ٧٠° ص = ٢٠°

مثال[٣]

عدد مكون من رقمين ورقم آحاده ضعف رقم عشراته ، وإذا عكس وضع الرقمين كان العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٣٦ أوجد العدد الأصلي

نفرض أن الآحاد س ، العشرات ص الأصلى س + ١٠ ص الناتج ص + ١٠ س

∵ رقم عشراته ضعف رقم آحاده ∴ س = ٢ ص ..... ❶

عند عكس الرقمين ∴ الناتج يزيد عن الأصلى بمقدار = ٣٦ ∴ الناتج − الأصلى = ٣٦

(ص + ١٠ س) − (س + ١٠ ص) = ٣٦

٩ س − ٩ ص = ٣٦ ∴ س − ص = ٤ ..... ❷

∴ ٢ ص − ص = ٤ ∴ ص = ٤ ∴ س = ٨ ∴ العدد الأصلى هو ٤٨

Mr : Walid Rushdy 01112467874 01062220750

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مثال[٤]

عدد مكون من رقمين مجموع رقميهما = ١١ ، وإذا عكس وضع الرقمين كان العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧ أوجد العدد الأصلي

نفرض أن الآحاد س ، العشرات ص الأصلى س + ١٠ ص الناتج ص + ١٠ س

∴ س + ص = ١١ ..... ❶

عند عكس الرقمين ∴ الناتج يزيد عن الأصلى بمقدار = ٢٧ ∴ الناتج – الأصلى = ٢٧

(ص + ١٠ س) – (س + ١٠ ص) = ٢٧

٩ س – ٩ ص = ٢٧ ∴ س – ص = ٣ ..... ❷

بحل المعادلتين بطريقة الحذف

∴ ٢ س = ١٤ ∴ س = ٧ ∴ ص = ٤

العدد الأصلى هو ٤٧

مثال[٥]

إذا كان مجموع عمرى أحمد وأسامة الآن ٤٣ سنة ، بعد ٥ سنوات يكون الفرق بين عمريهما ٣ سنوات أوجد عمر كل منهما بعد سنوات .

نفرض أن عمر أحمد هو س ، عمر أسامة ص

	الآن	بعد ٥ سنوات	بعد ٧سنوات
عمر أحمد	س	س + ٥	س + ٧
عمر أسامة	ص	ص + ٥	ص + ٧

س + ص = ٤٣ ..... ❶

(س + ٥) – (ص + ٥) = ٣ ∴ س + ٥ – ص – ٥ = ٣

∴ س – ص = ٣ ..... ❷ بحل المعادلتين بالحذف

∴ ٢س = ٤٦ ∴ س = ٢٣ ∴ ص = ٢٠

عمر أحمد بعد ٧سنوات = س + ٧ = ٢٣ + ٧ = ٣٠ سنة

عمر أسامة بعد ٧سنوات = ص + ٧ = ٢٠ + ٧ = ٢٧ سنة

مثال [٦]

مستطيل محيطه ٣٢ سم ، وإذا نقص طوله ١ سم ، وزاد عرضه ٣ سم صار مربعا أوجد مساحة المربع .

نفرض أن : العرض س ، الطول ص

∴ س + ص = المحيط / ٢ ∴ س + ص = ١٦ ..... ❶

∴ عندما يصير المستطيل مربع فان الطول = العرض

∴ ص − ١ = س + ٣ ∴ س − ص = − ٤ ..... ❷

بحل المعادلتين بالجمع ∴ ٢ س = ١٢ ∴ س = ٦ ∴ ص = ١٠

∴ طول ضلع المربع = ص − ١ = ١٠ − ١ = ٩ سم

∴ مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = ٩ × ٩ = ٨١ سم٢

مثال [U]

عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته ، فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوي نصف العدد الأصلي فما العدد ؟

نفرض أن الآحاد س ، العشرات ص الأصلي س + ١٠ ص الناتج ص + ١٠ س

∵ رقم عشراته ضعف رقم آحاده ∴ س = ٢ ص ..... ❶

∵ حاصل ضرب الرقمين يساوي نصف العدد الأصلي

∴ س ص = ١/٢ (س + ١٠ ص) ..... ❷ بالتعويض من ❶ في ❷

∴ ٢ ص × ص = ١/٢ (٢ ص + ١٠ ص) = ص + ٥ ص = ٦ ص

∴ ٢ ص٢ = ٦ ص ∴ ٢ ص٢ − ٦ ص = ٠ ∴ ٢ ص (ص − ٣) = ٠

∴ ص = ٠ مرفوض ∴ ص − ٣ = ٠ ∴ ص = ٣

∴ س = ٢ ص = ٦ ∴ العدد ٣٦

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مثال(٨)

مستطيل محيطة ٨٤ سم ، وطول قطره ٣٠ سم أوجد طولا بعديه

نفرض أن : العرض س ، الطول ص

∴ س + ص = المحيط / ٢　　∴ س + ص = ٤٢

∴ ص = ٤٢ − س ..... ❶

∴ ق^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} = (٣٠)^{٢}　　∴ س^{٢} + ص^{٢} = ٩٠٠ ..... ❷

∴ س^{٢} + (٤٢ − س)^{٢} = ٩٠٠

∴ س^{٢} + ١٧٦٤ − ٨٤ س + س^{٢} − ٩٠٠ = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٨٤ س − ٧٦٤ = ٠　　∴ س^{٢} − ٤٢س − ٣٨٢ = ٠

∴ (س − ١٨) (س + ٢٤) = ٠　　∴ س = ١٨ ، س = −٢٤ مرفوض

∴ العرض س = ١٨　　∴ الطول ص = ٤٢ − ١٨ = ٢٤

مثال(٩)

عدد مكون من رقمين مجموع مربعيهما يزيد عن حاصل ضربهما بمقدار ١٣ ،وإذا عكس وضع الرقمين كان العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧ فما العدد الأصلى ؟

نفرض أن الآحاد س ، العشرات ص　　الأصلى س + ١٠ ص　　الناتج ص + ١٠ س

∵ س^{٢} + ص^{٢} − س ص = ١٣ ..... ❶

الناتج ينقص عن الأصلى بمقدار ٢٧　　∴ الأصلى − الناتج = ٢٧

∴ س + ١٠ ص − (ص + ١٠ س) = ٢٧　　∴ س + ١٠ ص − ص − ١٠ س = ٢٧

∴ ٩ ص − ٩ س = ٢٧　　∴ ص − س = ٣

∴ ص = ٣ − س ..... ❸　　بالتعويض من ❸ فى ❶

س^{٢} + (س + ٣)^{٢} − س (س + ٣) = ١٣

∴ س^{٢} + س^{٢} + ٦ س + ٩ − س^{٢} − ٣ س − ١٣ = ٠

∴ س^{٢} + ٣ س − ٤ = ٠　　∴ (س + ٤) (س − ١) = ٠

∴ س = −٤ مرفوض　　أو　　س = ١

∴ ص = ٣ + ١ = ٤　　∴ العدد الأصلى ٤١

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مثال[١٠]

معين الفرق بين طول قطريه ٤ سم ، ومحيطه ٤٠ سم أوجد طول كل من قطريه .

بفرض أن القطرين هما ٢ س ، ٢ ص ، س > ص

∴ ٢ س − ٢ ص = ٤ ∴ س − ص = ٢ س = (٢ + ص) ..... ❶

∵ المحيط = ٤ ل = ٤٠ ∴ ل = ١٠

∴ س^{٢} + ص^{٢} = (١٠)^{٢} ∴ س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠ ..... ❷

∴ (٢ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠ ∴ ٤ + ٤ ص + ص^{٢} + ص^{٢} − ١٠٠ = ٠

∴ ٢ ص^{٢} + ٤ ص − ٩٦ = ٠ ∴ ص^{٢} + ٢ ص − ٤٨ = ٠

∴ (ص + ٨) (ص − ٦) = ٠ ∴ ص = ٦

∴ س = ٢ + ٦ = ٨ ∴ القطر الأول = ١٢ سم ، القطر الثاني = ١٦ سم

مثال[١١]

مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ، محيطه = ٣٠ سم . أوجد طولي ضلعي القائمة .

بفرض أن طولا ضلعي القائمة س ، ص ، وتره ل

∵ المحيط = ٣٠ سم ∴ س + ص + ١٣ = ٣٠ ∴ س + ص = ١٧

∴ ص = ١٧ − س ..... ❶

∴ من فيثاغورث ∴ س^{٢} + ص^{٢} = (١٣)^{٢} ∴ س^{٢} + ص^{٢} = ١٦٩ ..... ❷

س^{٢} + (١٧ − س)^{٢} = ١٦٩ ∴ س^{٢} + ٢٨٩ − ٣٤ س + س^{٢} − ١٦٩ = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٣٤ س + ١٢٠ = ٠ ∴ س^{٢} − ١٧ س + ٦٠ = ٠

∴ (س − ٥) (س − ١٢) = ٠ ∴ س = ٥ ومنه ص = ١٢

أو س = ١٢ ومنها ص = ٥

∴ ضلعي القائمة هما : ١٢سم ، ٥سم

مثال [١٢]

تتحرك نقطة على مستقيم : ٥ س − ٢ ص = ١ بحيث إحداثيها الصادى ضعف مربع إحداثيها السينى أوجد احداثيا هذه النقطة .

نفرض أن النقطة (س ، ص)

∵ ٥ س − ٢ ص = ١ ∴ ٢ ص = ٥ س − ١ ∴ ص = $\frac{٥ س - ١}{٢}$ ..... ❶

∵ ص = ٢ س^{٢} ..... ❷ ∴ $\frac{٥ س - ١}{٢}$ = ٢ س^{٢}

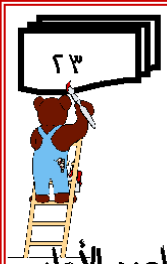
∴ ٤ س^{٢} = ٥ س − ١ ∴ ٤ س^{٢} − ٥ س + ١ = ٠

∴ (٤ س − ١) (س − ١) = ٠ ∴ س = $\frac{١}{٤}$ ∴ ص = $\frac{١}{٨}$

أو س = ١ ∴ س = ٢

احداثيا النقطة المطلوبة : ($\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$) ، (١ ، ٢)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



تمارين ( ) على تطبيقات على حل المعادلات

١ عددان نسبيان نسبيهما مجموعهما ٦٣ والفرق بينهما ١٢ أوجد العددين

٢ عددان إذا أضيف ثلاثة أمثال العدد الأول إلى ضعف العدد الثاني كان الناتج ١٩ وإذا أضيف العدد الأول إلى ثلاثة أمثال العدد الثاني كان الناتج ١٦ فما العددان ؟

٣ عددان مجموعهما ١٢ وثلاثة أمثال أصغرهما يزيد عن ضعف أكبرهما بمقدار واحد .أوجد العددان

٤ عدد نسبي في أبسط صورة إذا طرح ٣ من كل من بسطه ومقامه أصبح العدد النسبي مستوياً $\frac{٥}{٦}$ ، وإذا أضيف ٥ إلى كل من بسطه ومقامه أصبح مساوياً $\frac{١٣}{١٤}$ أوجد العدد النسبي

٥ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ وضعف رقم الآحاد يزيد عن ثلاثة أمثال رقم العشرات بمقدار ٢ اوجد العدد

٦ عدد مكون من رقمين مجموعهما ٥ وإذا تغير وضع الرقمين فإن العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلي بمقدار ٩ فما هو العدد الأصلي ؟

٧ منذ ٦ سنوات كان عمر رجل ستة أمثال عمر ابنه وبعد عشر سنوات يكون عمر الرجل ضعف عمر ابنه . فما عمر كل منهما الآن ؟

٨ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣ سم ، فإذا كان ضعف طوله ينقص عن أربعة أمثال عرضه بمقدار ٢ سم ، أوجد طول وعرض المستطيل .

٩ مستطيل محيطه ٣٢ سم ، وإذا نقص طوله ١سم ، وإذا زاد عرضه ٣ سم ، صار مربعا أوجد مساحة المربع.

١٠ زاويتان متتامتان قياس إحداهما يزيد عن خمسة أمثال قياس الأخرى بمقدار ٣٠° أوجد قياس كل زاوية .

١١ مجموع عددين صحيحين هو ٧ ، حاصل جمع مربعيهما ٢٥ أوجد العددين .

١٢ عددان أحدهما معكوس جمعي للآخر ، ومجموع مربعيهما هو ٢ أوجد العددين .

١٣ عددان الفرق بينهما ٥ وحاصل ضربهما ٣٦ أوجد العددين .

١٤ مجموع عددين صحيحين هو ٩ ، والفرق بين مربعيهما ٢٧ أوجد العددين .

١٥ مستطيل محيطه ٢٤ سم ، ومساحته ٣٥سم^{٢} . أوجد بعديه

١٦ مستطيل طول قطره ٥ سم ، ومحيطه ١٤ سم ، أوجد بعديه

١٧ معين الفرق بين طولي قطريه ٢ سم ، ومحيطه ٢٠سم أوجد طول كل من قطريه .

١٨ مثلث قائم الزاوية طول وتره ٥ سم ، محيطه = ١٢سم . أوجد طولي ضلعي القائمة .

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

حل معادلة الدرجة الثانية باستخدام القانون العام

مثال (١)

اوجد مجموعة حل المعادلة $س^{٢} - ٤س + ٢ = ٠$ اعتبر $\sqrt{٣} = ١,٤$

الحل

$أ = ١$ ، $ب = -٤$ ، $جـ = ٢$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٢}}{٢}$$

$$= \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٨}}{٢} = \frac{٤ \pm \sqrt{٨}}{٢} = \frac{٤ \pm ٢\sqrt{٢}}{٢} = ٢ \pm \sqrt{٢} = ٢ \pm ١,٤$$

$س = ٢ + ١,٤ = ٣,٤$ ، $س = ٢ - ١,٤ = ٠,٦$

مجموعة الحل $= \{٣,٤ ، ٠,٦\}$

مثال (٢)

اوجد مجموعة حل المعادلة $س^{٢} - ٢س - ٢ = ٠$ اعتبر $\sqrt{٣} = ١,٧$

الحل

$أ = ١$ ، $ب = -٢$ ، $جـ = -٢$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{-(-٢) \pm \sqrt{(-٢)^{٢} - ٤(١)(-٢)}}{٢ \times ١} = \frac{٢ \pm \sqrt{٤ + ٨}}{٢}$$

$$= \frac{٢ \pm \sqrt{١٢}}{٢} = \frac{٢ \pm ٢\sqrt{٣}}{٢}$$

$= ١ \pm \sqrt{٣} = ١ \pm ١,٧$

$س = ١ + ١,٧ = ٢,٧$ ، $س = ١ - ١,٧ = -٠,٧$

مجموعة الحل $= \{٢,٧ ، -٠,٧\}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مثال (٣)

اوجد مجموعة حل المعادلة $٢س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠$ **اعتبر** $\sqrt{٧} = ٢,٦٤$

الحل

$أ = ٢$ ، $ب = ٢$ ، $جـ = -٣$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{-(٢) \pm \sqrt{(٢)^{٢} - ٤(٢)(-٣)}}{٢ \times ٢} = \frac{-٢ \pm \sqrt{٤ + ٢٤}}{٤}$$

$$= \frac{-٢ \pm \sqrt{٢٨}}{٤} = \frac{-٢ \pm ٢\sqrt{٧}}{٤} = \frac{-١ \pm ٢.٦٤}{٢}$$

$$س = \frac{-١ + ٢.٦٤}{٢} = \frac{١.٦٤}{٢} = ٠,٨٢$$

$$س = \frac{-١ - ٢.٦٤}{٢} = \frac{-٣.٦٤}{٢} = -١,٨٢$$

مجموعة الحل = { ٠,٨٢ ، -١,٨٢ }

مثال (٤)

اوجد مجموعة حل المعادلة $س(س + ٥) + ٥ = ٠$ **اعتبر** $\sqrt{٥} = ٢,٢$

الحل

$$س^{٢} + ٥س + ٥ = ٠$$

$أ = ١$ ، $ب = ٥$ ، $جـ = ٥$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{-(٥) \pm \sqrt{(٥)^{٢} - ٤(١)(٥)}}{٢ \times ١} = \frac{-٥ \pm \sqrt{٢٥ - ٢٠}}{٢}$$

$$= \frac{-٥ \pm \sqrt{٥}}{٢} = \frac{-٥ \pm ٢.٢}{٢}$$

$$س = \frac{-٥ + ٢.٢}{٢} = \frac{٧.٢}{٢} = ٣,٦$$

$$س = \frac{-٥ - ٢.٢}{٢} = \frac{-٢.٨}{٢} = -١,٤$$

مجموعة الحل = { ١,٤ ، ٣,٦ }

مثال (٥)

اوجد مجموعة حل المعادلة $(س+٤)(س+٢)=١$ **اعتبر** $\sqrt{٢}=١,٤$

الحل $س^{٢}+٦س+٨-١=٠$ ، $س^{٢}+٦س+٧=٠$

$أ=١$ ، $ب=٦$ ، $جـ=٧$

$$س=\frac{-ب\pm\sqrt{ب^{٢}-٤أجـ}}{٢أ}=\frac{-(٦)\pm\sqrt{(٦)^{٢}-٤(١)(٧)}}{٢\times١}=\frac{-٦\pm\sqrt{٣٦-٢٨}}{٢}$$

$$=\frac{-٦\pm\sqrt{٨}}{٢}=\frac{-٦\pm٢\sqrt{٢}}{٢}=-٣\pm\sqrt{٢}=-٣\pm١,٤$$

$س=-٣+١,٤=-١,٦$ ، $س=-٣-١,٤=-٤,٤$

مجموعة الحل $=\{-٤,٤\ ،\ -١,٦\}$

مثال (٦)

اوجد مجموعة حل المعادلة $س-\frac{٣}{س}=١$ **اعتبر** $\sqrt{١٣}=٣,٦$

الحل

$س-\frac{٣}{س}=١$ ، $س^{٢}-س-٣=٠$

$أ=١$ ، $ب=-١$ ، $جـ=-٣$

$$س=\frac{-ب\pm\sqrt{ب^{٢}-٤أجـ}}{٢أ}=\frac{-(-١)\pm\sqrt{(-١)^{٢}-٤(١)(-٣)}}{٢\times١}=\frac{١\pm\sqrt{١+١٢}}{٢}$$

$$=\frac{١\pm\sqrt{١٣}}{٢}=\frac{١\pm٣,٦}{٢}$$

$س=\frac{١+٣.٦}{٢}=\frac{٤.٦}{٢}=٢,٣$ ، $س=\frac{١-٣.٦}{٢}=\frac{-٢.٦}{٢}=-١,٣$

مجموعة الحل $=\{-١,٣\ ،\ ٢,٣\}$

مثال (ب)

اوجد مجموعة حل المعادلة $١ + \frac{٢}{س} = \frac{٥}{س^{٢}}$ **مقربا الناتج لأقرب رقمين عشريين**

الحل $١ + \frac{٢}{س} = \frac{٥}{س^{٢}}$ **بضرب الطرفين** × $س^{٢}$ **للتخلص من المقام**

$س^{٢} + ٢س = ٥$ ، $س^{٢} + ٢س - ٥ = ٠$

$أ = ١$ ، $ب = ٢$ ، $جـ = -٥$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{-(٢) \pm \sqrt{(٢)^{٢} - ٤(١)(-٥)}}{٢ \times ١} = \frac{-٢ \pm \sqrt{٤ + ٢٠}}{٢}$$

$$= \frac{-٢ \pm \sqrt{٢٤}}{٢} = \frac{-٢ \pm ٢\sqrt{٦}}{٢} = -١ \pm \sqrt{٦} = -١ \pm ٢,٤٥$$

$س = -١ + ٢,٤٥ = ١,٤٥$ ، $س = -١ - ٢,٤٥ = -٣,٤٥$

مجموعة الحل = $\{١,٤٥ ، -٣,٤٥\}$

مثال (ج)

اوجد مجموعة حل المعادلة $س(٣ - س) = -٢$ **مقربا الناتج لأقرب ثلاثة أرقام عشرية**

الحل

$س(٣ - س) = -٢$ ، $٣س - س^{٢} = -٢$

$س^{٢} - ٣س - ٢ = ٠$

$أ = ١$ ، $ب = -٣$ ، $جـ = -٢$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{-(-٣) \pm \sqrt{(-٣)^{٢} - ٤(١)(-٢)}}{٢ \times ١} = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ + ٨}}{٢}$$

$$= \frac{٣ \pm \sqrt{١٧}}{٢} = \frac{٣ \pm ٤.١٢٣}{٢}$$

$س = ٣,٥٦٢$ ، $س = -٠,٥٦٢$

مجموعة الحل = $\{-٠,٥٦٢ ، ٣,٥٦٢\}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

تمارين على القانون العام

[١] اكمل ما يأتى

١ القانون العام للمعادلة $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$ هو ..... حيث $أ \neq$ صفر

٢ إذا كانت $ء س^{٢} + هـ س + و = ٠$ فان س =.....حيث $ء \neq$ صفر

٣ القانون العام للمعادلة $أ^{-١} س^{٢} + ب^{-١} س + جـ^{-١} = ٠$ هو ..... حيث $أ ، ب ، جـ \neq$ صفر

٤ إذا كانت $أ^{-١} س^{-٢} + ب^{-١} س^{-١} + جـ^{-١} = ٠$ فان س=.....حيث $أ ، ب ، جـ \neq$ صفر

٥ إذا كانت $أ س^{-٢} + ب س^{-١} + جـ = ٠$ فان س=.....حيث $أ ، ب ، جـ \neq$ صفر

٦ القانون العام للمعادلة $أ ب س^{٢} + ب جـ س + أ جـ = ٠$ هو ..... حيث $أ ب \neq$ صفر

٧ القانون العام للمعادلة $\frac{أ}{ب} س^{٢} + \frac{ب}{جـ} س + \frac{أ}{جـ} = ٠$ هو ..... حيث $أ ب \neq$ صفر

٨ جذرى المعادلة $جـ س^{٢} + أ س + ب = ٠$ هو ..... حيث $جـ \neq$ صفر

٩ مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + س + ١ = ٠$ فى ح هى .....

١٠ مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + ٣س + ١ = ٠$ فى ح هى .....

١١ مجموعة حل المعادلة $س^{٢} = ٤ - ٢س$ فى ح هى .....

١٢ مجموعة حل المعادلة $س^{٢} - ١ = ٥س$ فى ح هى .....

[٢] باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلات التالية مقربا الناتج لأقرب رقم عشرى

١ $س^{٢} - ٤س - ٦ = ٠$

٢ $٢ س + ٢ - س^{٢} = ٠$

٣ $٢س^{٢} + ٥س - ٤ = ٠$

٤ $٣س^{٢} + ٧س - ٨ = ٠$

٥ $٥س^{٢} - ٣س - ١ = ٠$

٦ $س - س^{٢} + ١ = ٠$

٧ $٢س^{٢} - ١٢س + ١١ = ٠$

٨ $٣س^{٢} + ٢س = ٤$

٩ $٥س^{٢} + ٣س - ١ = ٠$

١٠ $٣ س^{٢} - ٦س + ١ = ٠$

١١ $٢ س^{٢} - ١٢ س + ١١ = ٠$

١٢ $٧س^{٢} + ٢س = ٤$

[٣] باستخدام القانون العام اوجد مجموعة حل المعادلات التالية

١ $س (س - ٤) + ١ = ٠$

٢ $س (س + ١) = ٣$

٣ $س (س - ٥) = ٧$

٤ $(س + ٣)(س - ١) = - ١$

٥ $س^{٢} (٢س - ١) - ٢ س = ٠$

٦ $(٢س - ٣)^{٢} = ٣$

٧ $(س - ٢)^{٢} - ٣ (س - ٢) - ١٠ = ٠$

٨ $(٢س - ١)^{٢} - (س - ٤)(س - ٢) = ٠$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

[٤] أوجد مجموعة حل المعادلات التالية مقربا الناتج لأقرب رقم عشرى حيث س ≠ ٠

١) س − ١٠ + ٧/س = صفر
٢) س = ١ + ٣/س
٣) س + ٣/س = ٥
٤) س − ١/س = ٣
٥) س + ٢ = ٥/س
٦) س + ٤ = ٧/س
٧) ١ + ٢/س = ٥/س²
٨) س − (س + ١)/س = ٣
٩) (٢س + ٣)/٢ = ١/(٢س − ٣)

[٥] باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلات التالية مقربا الناتج لأقرب رقم عشرى

١) س² − ٢س = ٢ حيث √٣ = ١,٧ تقريبا
٣) س² + ١١ = ٧س حيث √٥ = ٢,٢ تقريبا
٤) س² + ٣س = ٢ حيث √١٧ = ٤,١٢ تقريبا
٥) س² − ٥ = − ٢س حيث √٦ = ٢,٤ تقريبا
١٣) س (س − ١) = ٣ علما بأن √١٣ = ٣,٦
١٤) س (٢س − ٧) = − ٤ علما بأن √١٧ = ٤,١٢
١٥) (س − ٣)² − ٣ (س − ٣) + ١ = ٠ علما بأن √٥ = ٢,٢٤ تقريبا
١٦) ٧س = ٢ (س² + ٢) علما بأن √١٧ = ٤,١٢

[٦] ما هى القيم التقريبية لجذور المعادلة س² − ٢س − ١ علما بأن √٢ = ١,٤

[U] إذا كان ل ، م هما جذرى المعادلة أ س² + ب س + جـ = ٠ حيث ل > م اثبت أن: ل + م = − ب/أ

[n] إذا كان ل ، م هما جذرى المعادلة أ س² + ب س + جـ = ٠ حيث ل > م اثبت أن : ل م = جـ/أ

[٩] إذا كان ل ، م هما جذرى المعادلة أ س² + ب س + جـ = ٠ حيث ل > م

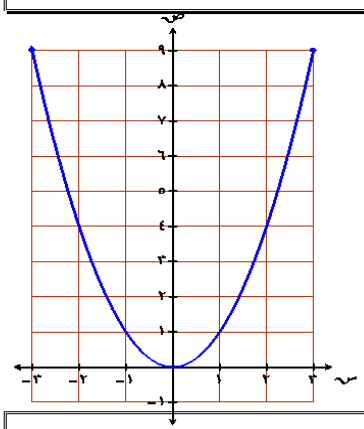
اثبت أن : ل − م = (√(ب² − ٤أجـ)) / أ

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

تمارين على ايجاد مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد بيانيا

مثال ()

مثل بيانيا الدالة د (س) = س ^{٢} ومن الرسم أوجد احداثى نقطة رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ، القيمة العظمى والصغرى للدالة ومجموعة حل المعادلة د (س) = صفر



معادلة محور التماثل س = ٠

نقطة رأس المنحنى (٠ ، ٠)

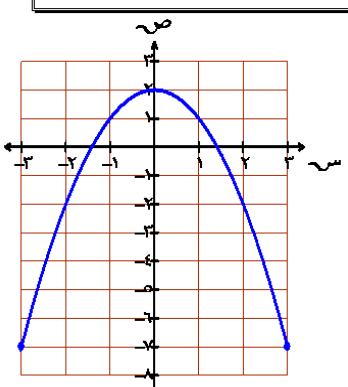
قيمة صغرى = ٠

جذرى المعادلة هى ٠ ، ٠

مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى { ٠ }

مثال ()

مثل بيانيا الدالة د (س) = ٢ – س ^{٢} و من الرسم أوجد احداثى نقطة رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ، القيمة العظمى والصغرى للدالة ومجموعة حل المعادلة د (س) = صفر على الفترة [– ٣ ، ٣]



معادلة محور التماثل س = ٠

نقطة رأس المنحنى (٠ ، ٢)

قيمة عظمى = ٢

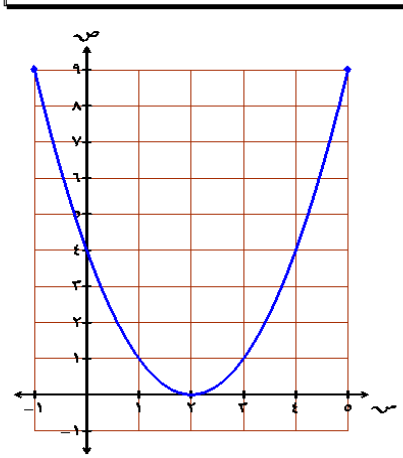
جذرى المعادلة هى ١,٤ ، – ١,٤

مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى { ١,٤ ، – ١,٤ }

مثال ()

مثل بيانيا الدالة د (س) = (س – ٢)^{٢} ومن الرسم أوجد احداثى نقطة رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ، القيمة العظمى والصغرى للدالة ومجموعة حل المعادلة د (س) = صفر على الفترة [– ١ ، ٥]

الحل



معادلة محور التماثل س = ٢

نقطة رأس المنحنى (٢ ، ٠)

قيمة صغرى = ٠

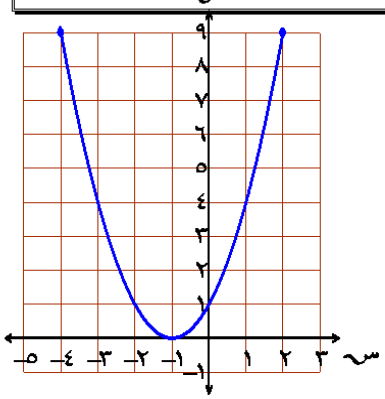
جذرى المعادلة هى ٢ ، ٢

مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠

هى { ٢ }

مثال ()

مثل بيانيا الدالة د (س) = س^{٢} + ٢ س + ١ ومن الرسم أوجد احداثى نقطة رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ، القيمة العظمى والصغرى للدالة ومجموعة حل المعادلة د (س) = صفر على الفترة [–٤ ، ٢]



معادلة محور التماثل س = –١

نقطة رأس المنحنى (–١ ، ٠)

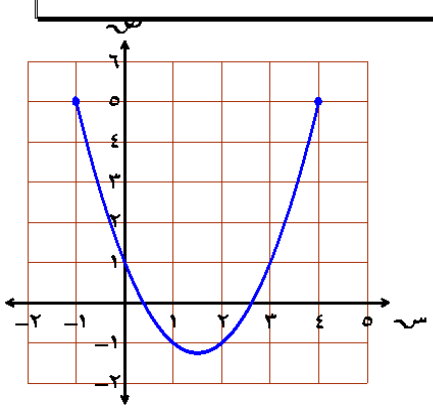
قيمة صغرى = ٠

جذرى المعادلة هى –١ ، –١

مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى { –١ }

مثال ()

مثل بيانيا الدالة د (س) = ١ –٣س + س^{٢} ومن الرسم أوجد احداثى نقطة رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ، القيمة العظمى والصغرى للدالة ومجموعة حل المعادلة د (س) = صفر على الفترة [–١ ، ٤]



معادلة محور التماثل س = ١,٥

نقطة رأس المنحنى (١,٥ ، –١,٢٥)

قيمة صغرى = –١,٢٥

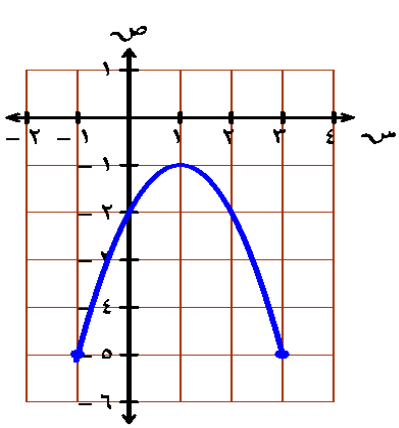
جذرى المعادلة هى ٢,٧ ، ٠,٣

مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى { ٢,٧ ، ٠,٣ }

مثال ()

مثل بيانيا الدالة د (س) = ٢ س – ٢ – س^{٢} ومن الرسم أوجد احداثى نقطة رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ،القيمة العظمى والصغرى للدالة ومجموعة حل المعادلة د (س) = صفر على الفترة [–١ ، ٣]

الحل



معادلة محور التماثل س = ١

نقطة رأس المنحنى (١ ، –١)

قيمة عظمى = –١

جذرى المعادلة ليس لها جذور حقيقية

مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠

هى { } أو ∅

[١٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ إذا كان منحنى الدالة التربيعية لا يقطع محور السينات فى أى نقطة
فان عدد حلول المعادلة د (س) = صفر فى ح هو .....
① حل وحيد ② حلان ③ عدد لا نهائى ④ صفر

٢ إذا كان منحنى الدالة د (س) = س^{٢} + ٥ لا يقطع محور السينات فان مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى .....
① { −٥ ، ٥ } ② { −٥ } ③ { ٠ } ④ ∅

٣ إذا كان منحنى الدالة التربيعية يمس محور السينات فان عدد حلول المعادلة د (س) = صفر فى ح هو .....
① حل وحيد ② حلان ③ عدد لا نهائى ④ صفر

٤ إذا كان منحنى الدالة التربيعية يقطع محور السينات فى نقطتين فان عدد حلول المعادلة د (س) = صفر فى ح هو .....
① حل وحيد ② حلان ③ عدد لا نهائى ④ صفر

٥ إذا كان منحنى الدالة د (س) = س^{٢} + ٤ لا يقطع محور السينات فان مجموعة حل المعادلة س^{٢} + ٤ = ٠ هى .....
① { −٢ ، ٢ } ② { −٤ ، ٠ } ③ { −٢ ، ٠ } ④ ∅

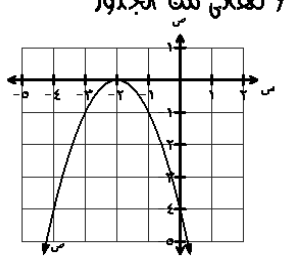
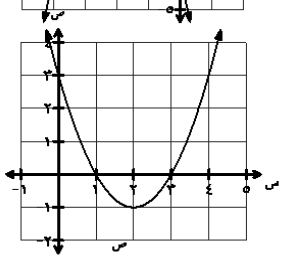
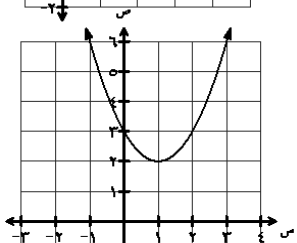
٦ إذا كان منحنى د (س)= أ س^{٢} + ب س + جـ يمس محور السينات
فان عدد حلول المعادلة : أ س^{٢} + ب س + جـ فى ح هو .....
① حل وحيد ② حلان ③ عدد لا نهائى ④ صفر

٧ إذا كانت : س ∈ ح فان المعادلة : س^{٢} + س + ١ = ٠ يكون لها .....
① لها جذران ② لها جذر وحيد ③ لا يوجد لها جذور ④ لها عدد لا نهائى من الجذور

٨ مجموعة حل المعادلة : د (س) = ٠ فى ح هى .....
① { −٢ } ② { −٢ ، ٤ }
③ { ٤ } ④ ∅

٩ مجموعة حل المعادلة : د (س) = ٠ فى ح هى .....
① { ١ ، ٠ } ② { ٣ ، ٠ }
③ { ١ ، −١ } ④ { ٣ ، ١ }

١٠ إذا كان الشكل المقابل هو التمثيل البيانى للدالة التربيعية د (س)
فان مجموعة حل المعادلة د (س) صفر فى ح هى .....
① { ١ } ② { ٢ ، ١ }
③ { ٢ } ④ ∅

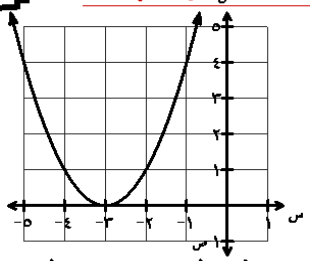




موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(١١) الشكل المقابل يمثل الدالة د حيث د (س) = ...

(١) ٣س^{٢} – ٢٧　　(٢) س^{٢} + ٦س + ٩

(٣) س^{٢} – ٦س + ٩　　(٤) – ٣س^{٢} + ٢٧

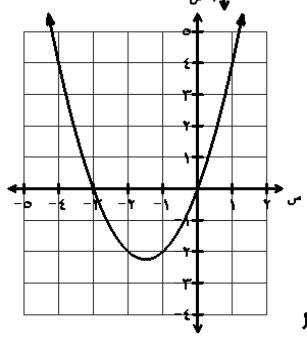


(١٢) الشكل المقابل يمثل الدالة د حيث د (س)

فان مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى .....

(١) { ٠ }　　(٢) { – ٣ }

(٣) { ٠ ، – ٣ }　　(٤) ∅



[١٣] مثل بيانيا منحنى الدالة د (س) = – س^{٢} متخذاً س ∈]–٣ ، ٣ [ومن ثم أوجد

(١) نقطة رأس المنحنى　　(٢) جذرى المعادلة د (س) = صفر　　(٣) القيمة العظمى أو الصغرى

[١٤] مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = س^{٢} – ١ متخذاً س ∈]–٣ ، ٣ [ومن ثم أوجد

(١) نقطة رأس المنحنى　　(٢) جذرى المعادلة د (س) = صفر　　(٣) القيمة العظمى أو الصغرى

[١٥] ارسم منحنى الدالة د (س) = س^{٢} على الفترة [– ٣ ، ٣] بيانيا ثم أوجد مجموعة حل المعادلة

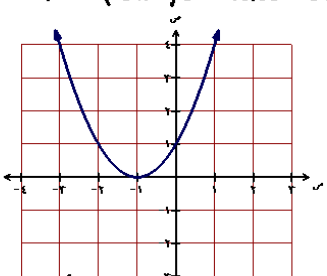
د (س) = ٢س + ٥ جبريا علما بأن $\sqrt{٦}$ = ٢,٤٥ تقريبا

[١٦] إذا كانت د (س) = س^{٢} – ٣س – ٢　　فأوجد د(–١) ، د(٠) ، د(٢)

ثم أوجد مجموعة حل المعادلة د (س) ٠ حيث $\sqrt{١٧}$ = ٤,١

[١٧] ارسم الشكل البيانى للدالة د (س) = ٣ + ٢س – س^{٢} على الفترة [–٢ ، ٤] ومن الرسم أوجد

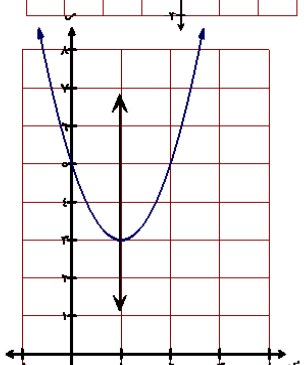
(١) مجموعة حل المعادلة س^{٢} –٢س – ٣　　(٢) القيم التقريبية للعدد س عندما د (س) = ٢



[١٨] الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د :

(١) أوجد نقطة رأس التماثل للمنحنى　　(٢) أوجد معادلة خط التماثل للمنحنى .

(٣) أوجد القيمة العظمى أو الصغرى　　(٤) جذرى المعادلة د (س) = صفر



[١٩] فى الشكل المقابل :

د (س) = أ س^{٢} + ب س + جـ (حيث أ ≠ صفر)

فإذا كان معادلة محور التماثل ل هى س = ١ ،

وأن القيمة الصغرى للدالة د هى ٣　　أوجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي　D.M.RAZK

الوحدة الثانية

١ مجموعة أصفار الدالة كثيرات الحدود

٢ دالة الكسر الجبرى

٣ تساوى كسرين جبريين

٤ العمليات على الكسور الجبرية (جمع – طرح – ضرب – قسمة)

دالة الكسر الجبري

مجموعة أصفار الدالة

هى قيم س التى تجعل الدالة د (س) = صفر ويرمز لها بالرمز ص (د)

وهى مجموعة حل المعادلة د (س) = صفر

مجموعة أصفار د (س) = ب حيث ب ≠ صفر هى ص (د) = { } = ∅

أمثلة د (س) = ٣ د (س) = −٤ د (س) = $\sqrt{٣}$

مجموعة أصفار د (س) = صفر حيث هى ص (د) = ع

مجموعة أصفار الدالة الخطية د (س) = أ س + ب هى ص (د) = $\frac{-ب}{أ}$

أوجد مجموعة أصفار الدالة ❶ د (س) = ٢ س + ٤ ❷ د (س) = ٥ س

نوجد د (س) = صفر

❶ ٢ س + ٤ = ٠ ∴ س = $\frac{-٤}{٢}$ ∴ س = −٢ ∴ ص (س) = −٢

❷ ٥ س = ٠ ∴ س = ٠ ∴ ص (س) = ٠

مجموعة أصفار الدوال التى ليس لها تحليل أو التى مميزها ب^{٢} − ٤ أ جـ = عدد سالب

يكون فيها ص (د) = ∅

د (س) = س^{٢} + س + ١ د (س) = س^{٢} + ٢٥

د (س) = س^{٢} − ٦ س + ١١ د (س) = س^{٤} + ١

د (س) = (س^{٢} + ١) (س^{٢} − ٣ س + ٧)

مجموعة أصفار الدوال التى ليس لها تحليل أو التى مميزها ب^{٢} − ٤ أ جـ = صفر **يكون لها صفران متساويان وتكون فيها** د (س) = **مربع كامل**

مثال ١

أوجد مجموعة أصفار الدالة ❶ د(س) = س^{٢} − ٢س + ١ ❷ د(س) = ٦س − س^{٢} − ٩

❶ نوجد د(س) = صفر ∴ س^{٢} − ٢س + ١ = ٠

∴ (س − ١)^{٢} = ٠ ∴ س = ١ ∴ ص(د) = { ١ }

❷ نوجد د(س) = صفر ∴ − (س^{٢} − ٦س + ٩) = ٠

∴ (س − ٣)^{٢} = ٠ ∴ س = ٣

∴ ص(د) = { ٣ }

مجموعة أصفار الدوال التى ليس لها تحليل أو التى مميزها ب^{٢} − ٤ أ جـ = عدد موجب

يكون لها صفران مختلفان حيث نوجد د(س) = صفر ونحلل

مثال ٤

أوجد مجموعة أصفار الدالة ❶ د(س) = س^{٢} − ٧ س + ١٢ ❷ د(س) = ٢س^{٢} − س − ٣

❶ نوجد د(س) = صفر ∴ س^{٢} − ٧س + ١٢ = ٠

∴ (س − ٤)(س − ٣) = ٠ ∴ س = ٣ ، س = ٤

∴ ص(د) = { ٣ ، ٤ }

❷ نوجد د(س) = صفر ∴ (س + ١)(٢س − ٣) = ٠

∴ س + ١ = ٠ ∴ ٢س − ٣ = ٠

∴ س = − ١ ، ∴ س = $\frac{٣}{٢}$ ∴ ص(د) = { − ١ ، $\frac{٣}{٢}$ }

مثال ٧

أوجد مجموعة أصفار الدالة ❶ د(س) = ٢س^{٢} − ١٨ ❷ ٢س^{٢} − ٣س

❶ نوجد د(س) = صفر ∴ ٢س^{٢} − ١٨ = ٠ ∴ ٢ (س^{٢} − ٩) = ٠

∴ ٢(س + ٣)(س − ٣) = ٠ ∴ س = ٣ ، س = − ٣ ∴ ص(د) = { − ٣ ، ٣ }

❷ نوجد د(س) = صفر ∴ س(٢س − ٣) = ٠

∴ س (٢س − ٣) = ٠ ∴ س = صفر ، س = $\frac{٣}{٢}$ ∴ ص(د) = { صفر ، $\frac{٣}{٢}$ }

مثال ٩

أوجد مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٣} − ٢٧

نوجد د (س) = صفر (س − ٣) (س^{٢} + ٣س + ٩) = ٠

(س − ٣) = ٠ س = ٣

أو (س^{٢} + ٣س + ٩) = ٠ مميزها عدد سالب ∴ (س^{٢} + ٣س + ٩) ≠ ٠

مثال ١٠ متفوقين

أوجد مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٣} − ٢س^{٢} − ٧٥

نوجد د (س) = صفر ∴ س^{٣} − ٢س^{٢} − ٧٥ = ٠

س^{٣} − ٢س^{٢} − ٧٥ + ٥٠ = ٠ ∴ س^{٣} − ٢س^{٢} − ١٢٥ + ٥٠ = ٠

∴ (س − ٥) (س^{٢} + ٥س + ٢٥) − ٢ (س − ٥)(س + ٥) = ٠

∴ (س − ٥)[س^{٢} + ٥س + ٢٥ − ٢ (س + ٥)] = ٠

∴ (س − ٥) = ٠ س = ٥

∴ س^{٢} + ٥س + ٢٥ − ٢س − ١٠ = ٠

∴ س^{٢} + ٣ س + ١٥ = ٠ ∴ مميزها عدد سالب

∴ (س^{٢} + ٣س + ١٥) ≠ ٠

ص (د) = { ٥ }

مثال١١

إذا كان ص (د) = { ٣ }، **وكانت** د(س) = م س − ١٢ **فان** م = ...

الحل نوجد د (س) = صفر د(٣) = ٠

∴ ٣ م − ١٢ = ٠ ∴ ٣ م = ١٢ ∴ م = ٤

مثال ١٢

إذا كان ص (د) = { ٢ }، **وكانت** د(س) = س^{٣} − م **فان** م = ...

الحل نوجد د (س) = صفر ∴ د (٢) = ٠

∴ (٢)^{٣} − م = ٠ ∴ ٨ − م = ٠ ∴ م = ٨

مثال ١٢

إذا كان ص (د) = { ١ ، −٢ } ، **وكانت** د (س) = س^{٢} + س + م **فان** م = ...

نوجد د (س) = صفر ∴ د (١) = ٠ أو د (−٢) = ٠

∴ (١)^{٢} + ١ + م = ٠ ∴ ٢ + م = ٠

∴ م = −٢

مثال ١٣

إذا كان ص (د) = { ٥ } ، **وكانت** د (س) = س^{٣} − ٣ س^{٢} + م **فان** م = ...

نوجد د (س) = صفر د (٥) = ٠

∴ (٥)^{٣} − ٣ (٥)^{٢} + م = ٠ ∴ ١٢٥ − ٧٥ + م = ٠

∴ ٥٠ + م = ٠ ∴ م = − ٥٠

مثال ١٤

إذا كان ص (د) = ∅ **وكانت** د (س) = س^{٢} + م **فان** م ∋ .....

ص (د) = ∅ ∴ د (س) = ليس لها تحليل

∴ س^{٢} + م ≠ ٠ ∴ م ≠ − س^{٢}

∴ م لا تساوى أى عدد سالب أو صفر

∴ م ∋ ع$^{+}$ ∴ م ∋] صفر ، ∞ [

ملاحظة

إذا كان منحنى الدالة التربيعية لا يقطع محور السينات فان مجموعة أصفار الدالة = ∅

مثال ١٥

إذا كان ص (د) = { ٣ ، −٣ } وكانت د (س) = س^{٢} + م فان م = ...

نوجد د (س) = صفر ∴ د (٣) = ٠

∴ (٣)^{٢} + م = ٠ ∴ ٩ + م = ٠

∴ م = −٩

مثال ١٦

إذا كان ص (د) = { ٣ ، ٥ } وكانت د (س) = أ س^{٢} + ب س + ١٥

فان أ ، ب = ...

الحل نوجد د (س) = صفر ∴ د (٣) = ٠

∴ (٣)^{٢} أ + ٣ب + ١٥ = ٠ ∴ ٩ أ + ٣ب = −١٥

٣ أ + ب = −٥	.....(١)

د (٥) = ٠ ∴ (٥)^{٢} أ + ٥ب + ١٥ = ٠ ∴ ٢٥ أ + ٥ب = −١٥

٥ أ + ب = −٣	.....(٢) بطرح المعادلتين

أ = ١ ب = −٨

مثال ١٧

إذا كان ص (د) = { ٣ ، ٠ } ، د (١) = ٢

وكانت د (س) = أ س^{٢} + ب س + جـ فان أ ، ب ، جـ = ...

الحل

ص (د) = { ٣ ، ٠ } نوجد د (س) = صفر

د (٠) = ٠

أ (٠)^{٢} + ب (٠) + جـ = ٠ | جـ = ٠ |

د (س) = أ س^{٢} + ب س د (٣) = ٠

٩ أ + ٣ب = ٠ ٣أ + ب = ٠

٣ أ + ب = ٠	.....(١)

د (٥) = ٠

(١)^{٢} أ + (١) ب = ٢

أ + ب = ٢	.....(٢)

بطرح المعادلتين

٢ أ = −٢ أ = −١ ب = ٣

تمارين ( ) على اصفار الدالة

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س − ٢ هى .....

① { صفر } ② ∅ ③ ح − {٢} ④ { ٢ }

٢ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س + ٥ هى .....

① { ٥ } ② ∅ ③ {−٥} ④ ح

٣ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٥ هى .....

① { صفر } ② ∅ ③ ح ④ { ٥ }

٤ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٢س + ٣ هى .....

① {٢ ، −٣ } ② $\{\frac{-٣}{٢}\}$ ③ $\{\frac{٣}{٢}\}$ ④ { ٢ ، ٣ }

٥ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٣س − ٤ هى .....

① {٢ ، ٤ } ② {٣ ، ٤ } ③ $\{\frac{-٤}{٣}\}$ ④ $\{\frac{٤}{٣}\}$

٦ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٣}$ هى .....

① { صفر } ② ∅ ③ ح − { ٠ } ④ { ٥ }

٧ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٥س هى .....

① { ٥ } ② ∅ ③ { ٠ } ④ {−٥ }

٨ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٨− س هى .....

① ح −{ −٨ } ② ∅ ③ ح −{ ٨ } ④ { ٨ }

٩ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س(س − ٢) هى .....

① {٢ ، −١ } ② { ٠ ، −٢} ③ ح −{٠ ، ٢} ④ { ٢ ، ٠ }

١٠ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٢}$ −١ هى .....

① { ١ } ② ∅ ③ { ± ١ } ④ { −١ }

مع أرق تمنياتي بالنجاح والتفوق ... أ/ وليد رشدى

⑪ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٢} + ٤ هى .....

① { −٤ } ② ∅ ③ { ± ٤ } ④ { ±٢ }

⑫ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٢} − ٩ هى .....

① { −٩ } ② ∅ ③ { ± ٣ } ④ { ٣ }

⑬ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٢} + ٢س − ١٥ هى .....

① { −٥ ، ٣ } ② { ٣ ، ٥ } ③ { ٣ ، −٥ } ④ { −٣ ، −٥ }

⑭ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٢} هى .....

① { ١ ، −١ } ② { ٠ } ③ { ٢ } ④ ح − { ٠ }

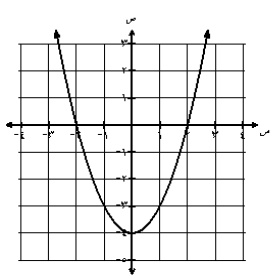
⑮ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س (س − ١) هى .....

① { ١ } ② { ٠ } ③ { ١ ، ٠ } ④ ح − { ١ ، ٠ }

⑯ مجموعة أصفار الدالة د(س) = (س − ١)^{٢} (س + ٢) هى .....

① { ٢ ، −١ } ② { −١ ، ٢ } ③ { ١ ، ٢ } ④ { ١ ، −٢ }

⑰ مجموعة أصفار الدالة د(س) المرسومة فى الشكل المقابل هى .....



① { ١ ، −٢ ، ٠ } ② { ٠ } ③ { ٢ ، −٢ } ④ { ٠ ، −٤ }

⑱ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٢} − س + ١ هى .....

① { −١ } ② ∅ ③ { ± ١ } ④ { ١ }

⑲ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $\frac{\text{س} - ٥}{\text{س}^{٢} - ١٦}$ هى .....

① { ٥ } ② ∅ ③ { ± ٤ } ④ { ٤ ، ٥ }

⑳ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٢٥}$ هى .....

① { ٠ } ② ∅ ③ { ± ٥ } ④ { ٥ ، ٠ }

[٢] اكمل ما يأتى :

١ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٩س هى .....

٢ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٧ هى .....

٣ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س + ٩ هى .....

٤ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س − ٣ هى .....

٥ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٢ س − ٥ هى .....

٦ مجموعة أصفار الدالة د(س) = ٣ س − ٧ هى .....

٧ مجموعة أصفار الدالة د(س) = صفر هى .....

٨ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٢}$ − ١٦ هى .....

٩ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٢}$ + ٩ هى .....

١٠ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٢}$ + ٧ س + ١٠ هى .....

١١ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٢}$ + ٣س − ١٥ هى .....

١٢ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٣}$ − ٢٧ هى .....

١٣ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س (س − ١) هى .....

١٤ مجموعة أصفار الدالة د(س) = (س − ١)(س − ٢) هى .....

١٥ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^{٢}$ + ٣س هى .....

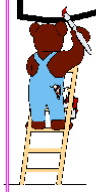
١٦ مجموعة أصفار الدالة د(س) = $\frac{س - ٢}{س^{٢} - ١}$ هى .....

١٧ مجموعة أصفار الدالة د(س) = س ($س^{٢}$ − ١) هى .....

١٨ إذا كانت ن (س) = $\frac{س + ٤}{س - ٥}$ فان ن (س) ليس لها معنى عند س = ...

١٩ إذا كان س = −١ إحدى أصفار الدالة ن (س) = $س^{٢}$ − ٢س + جـ فان جـ = ...

٢٠ إذا كان ن (س) = $\frac{س + ٣}{س^{٢} - ٢٥}$ = صفر فان س = ...



مجال دالة الكسر الجبرى

إذا كان ق ، ك دوال كثيرات حدود فان الدالة التى قاعدتها

$$ن(س) = \frac{ق(س)}{ك(س)}$$ تسمى دالة كسرية أو دالة الكسر الجبرى

مجال الكسر الجبرى م = ح − مجموعة أصفار مقام الكسر

م = ح − { أصفار المقام }

ص (د) =مجموعة أصفار د (س) = {أصفار البسط} −{ أصفار المقام }

مثال ١

عين مجال ومجموعة أصفار الدالة $د(س) = \frac{س + ١}{٣}$ ، $ن(س) = \frac{٣}{س + ١}$

١ $د(س) = \frac{س + ١}{٣}$ ∴ مجال د (س) = ح ∴ ص (د) = { −١ } − ∅ = { −١ }

٢ $ن(س) = \frac{٣}{س + ١}$ ∴ ص (ن) = ∅ = { −١ } − ∅ ∴ مجال ن (س) = ح − { −١ }

مثال ٢

عين مجال ومجموعة أصفار الدالة ١ $د(س) = \frac{٥س}{س - ٤}$ ٢ $د(س) = \frac{س + ٣}{٦ - س}$

١ ∴ مجال د (س) = ح − { ٤ } ∴ ص (د) = { ٠ } − { ٤ } = { ٠ }

٢ ∴ ص (د) = { −٣ } − { ٦ } = { −٣ } ∴ مجال د (س) = ح − { ٦ }

مثال ٤

عين مجال ومجموعة أصفار الدالة ١ $د(س) = \frac{٢س^{٢} + ١}{٣س}$ ٢ $د(س) = \frac{س - ٥}{س^{٢}}$

١ ∴ ص (د) = { } − { ٠ } = ∅ ∴ مجال د (س) = ح − { ٠ }

٢ ∴ ص (د) = { ٥ } − { ٠ } = { ٥ } ∴ مجال د (س) = ح − { ٠ }

مثال٦

عين مجال ومجموعة أصفار الدالة ❶ $د(س) = \frac{س - ٢}{س^{٢} + ١}$ ❷ $د(س) = \frac{س^{٢}}{س^{٢} - ٤}$

❶ ∴ مجال د(س) = ح ∴ ص(د) = {٢} − {} = {٢}

❷ $د(س) = \frac{س^{٢}}{(س - ٢)(س + ٢)}$ ∴ مجال د(س) = ح − {٢ ، −٢}

∴ ص(د) = {٠} − {٢ ، −٢} = {٠}

مثال٨

عين مجال ومجموعة أصفار الدالة $د(س) = \frac{٣س - ١٢}{س^{٢} - ٧س + ١٢}$

$د(س) = \frac{٣س - ١٢}{س^{٢} - ٧س + ١٢} = \frac{٣(س - ٤)}{(س - ٣)(س - ٤)} = \frac{٣}{س - ٣}$

مجال د(س) = ح − {٣ ، ٤}

ص(د) = {٤} − {٣ ، ٤} = { }

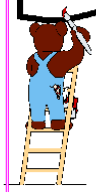
مثال١٠

عين مجال ومجموعة أصفار الدالة $د(س) = \frac{٣س^{٢} - ١٢}{٢س^{٢} - ٣س - ٢}$

$د(س) = \frac{٣(س^{٢} - ٤)}{(٢س + ١)(س - ٢)} = \frac{٣(س - ٢)(س + ٢)}{(٢س + ١)(س - ٢)}$

مجال د(س) = ح − {$-\frac{١}{٢}$ ، ٢}

ص(د) = {٢ ، −٢} − {$-\frac{١}{٢}$ ، ٢} = {−٢}



تمارين [٢] على مجال الكسر الجبري

[١] أوجد مجال كلا من الدوال التالية

١) د(س) = $\frac{س + ٧}{س - ١}$
٢) د(س) = $\frac{٨}{س + ٤}$
٣) د(س) = $\frac{س - ١}{٢س - ٤}$
٤) د(س) = $\frac{٢ + س}{٥ + س}$
٥) د(س) = $\frac{٢ س + ٥}{س}$
٦) د(س) = $\frac{٣س - ٥}{٥}$
٧) د(س) = $\frac{س - ١}{س^{٢} - ٤}$
٨) د(س) = $\frac{٣ س + ٢}{س^{٢} + ١٦}$
٩) د(س) = $س^{-٢}$
١٠) د(س) = $\frac{س}{س^{٢} - ١}$
١١) د(س) = $\frac{س - ١}{٣}$
١٢) د(س) = $\frac{٢ + س}{س}$
١٣) د(س) = $\frac{س}{س^{٢} - ١}$
١٤) د(س) = $\frac{١}{س}$
١٥) د(س) = $س^{٢} - ٤$
١٦) د(س) = $\frac{س}{س(س - ١)(س^{٢} - ٤)}$
١٧) د(س) = $\frac{٦}{س^{٢} + ١}$
١٨) د(س) = $\frac{س}{س^{٢} + ٢س - ١٥}$

أكمل ما يأتي

١) د(س) = $\frac{٣س}{س^{٢} - ٤س + جـ}$ هو ح - { ٢ } فان جـ = ...

٢) مجال الدالة د(س) = $\frac{س + ٥}{س - ب}$ هو ح - { ٢ } فان ب = ...

٣) د(س) = $\frac{٣}{س^{٢} - ٤}$ فان د(٢) = ...

٤)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

المجال المشترك لعدة دوال (كسور) جبرية

م = ح – { أصفار المقامات لجميع الكسور }

مثال ١

المجال المشترك للدالتين د (س) = $\frac{٣}{٢س}$ ، ن (س) = $\frac{٥}{س - ١}$

د (س) = $\frac{٣}{٢س}$ ∴ مجال د (س) = ح – { ٠ }

ن (س) = $\frac{٥}{س - ١}$ ∴ مجال ن (س) = ح – { ١ }

∴ **المجال المشترك** = ح – { ٠ ، ١ }

مثال ٢

المجال المشترك للدالتين د (س) = $\frac{٩}{٢س - ٦}$ ، ن (س) = $\frac{س}{س^{٢} + ٩}$

د (س) = $\frac{٩}{٢س - ٦}$ = $\frac{٩}{٢ (س - ٣)}$ ∴ مجال د (س) = ح –{ ٣ }

ن (س) = $\frac{س}{س^{٢} + ٩}$ ∴ مجال ن (س) = ح

∴ **المجال المشترك** = ح – { ٣ }

مثال ٣

المجال المشترك للدالتين د (س) = $\frac{٤}{س^{٣}}$ ، ن (س) = $\frac{٧}{س^{٢} - ١}$

د (س) = $\frac{٤}{س^{٣}}$ ∴ مجال د (س) = ح –{ ٠ }

∴ ن (س) = $\frac{٧}{س^{٢} - ١}$ = $\frac{٧}{(س - ١)(س + ١)}$ ∴ مجال ن (س)= ح – { ١ ، – ١ }

∴ **المجال المشترك** = ح – { ٠ ، ١ ، –١ }

مثال ٤

المجال المشترك للدالتين $د(س) = \frac{٢}{س^{٢} - ٥س}$ ، $ن(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٣س + ٢}$

$د(س) = \frac{٢}{س^{٢} - ٥س} = \frac{٢}{س(س - ٥)}$ مجال $د(س) = ح - \{٠ ، ٥\}$

$ن(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٣س + ٢} = \frac{س}{(س + ٢)(س + ١)}$ مجال $ن(س) = ح - \{-٢ ، -١\}$

المجال المشترك $= ح - \{٠ ، ٥ ، -١ ، -٢\}$

مثال ٥

المجال المشترك للدالتين $د(س) = \frac{٣}{٢س - س^{٢}}$ ، $ن(س) = \frac{٥}{س - ٢}$

$د(س) = \frac{٣}{٢س - س^{٢}} = \frac{٣}{س(٢ - س)}$ مجال $د(س) = ح - \{٠ ، ٢\}$

$ن(س) = \frac{٥}{س - ٢}$ مجال $ن(س) = ح - \{٢\}$

المجال المشترك $= ح - \{٠ ، ٢\}$

مثال ٦

المجال المشترك للدالتين $د(س) = \frac{٤}{س^{٣} + ١}$ ، $ن(س) = \frac{٣س - ١}{س^{٢} + س}$

مجال $د(س) = ح - \{-١\}$ ، مجال $ن(س) = ح - \{٠ ، -١\}$

المجال المشترك $= ح - \{٠ ، -١\}$

مثال ٧

المجال المشترك للدالتين $د(س) = \frac{٢}{س^{٣} + ٢٧}$ ، $ن(س) = \frac{-٧س}{س + ٣}$ ، $ق(س) = \frac{٤}{٣س}$

مجال $د(س) = ح - \{-٣\}$ ، مجال $ن(س) = ح - \{-٣\}$

، مجال $ن(س) = ح - \{٠\}$

المجال المشترك $= ح - \{٠ ، -٣\}$

مثال ٨

إذا كان د(س) = $\frac{٤}{س - م}$ **وكان مجال** د(س) = ح − { ٢ } **فان** م =.....

مجال د(س) = ح − { ٢ }

س − م = صفر عند س = ٢ ٢ − م = ٠ م = ٢

مثال ٩

إذا كان د(س) = $\frac{١}{س + م}$ **وكان مجال** د(س) = ح − { ٥ } **فان** م =.....

مجال د(س) = ح − { ٥ }

س + م = صفر عند س = ٥ ٥ + م = ٠ م = −٥

مثال ١٠

إذا كان د(س) = $\frac{٣س}{٣س - م}$ **وكان مجال** د(س) = ح − { ١٢ } **فان** م =.....

مجال د(س) = ح − { ١٢ }

٣س − م = صفر عند س = ١٢ ٣ (١٢) − م = ٠ م = ٣٤

مثال ١١

إذا كان د(س) = $\frac{س^{٢}}{م س - ١}$ **وكان مجال** د(س) = ح − { ٧ } **فان** م =.....

مجال د(س) = ح − { ٧ }

م س − ١ = صفر عند س = ٧ ٧م − ١ = ٠ م = $\frac{١}{٧}$

مثال ١٢

إذا كان د(س) = $\frac{س}{س - ٦}$ **وكان مجال** د(س) = ح − { ب } **فان** ب =.....

مجال د(س) = ح − { ب }

س − ٦ = صفر عند س = ب ب − ٦ = ٠ ب = ٦

مثال ١٣

إذا كان د(س) = $\frac{٢س}{س^{٢} - م س + ٢٥}$ **وكان مجال** د(س) = ع – { ٥ } فان م = ...

مجال د(س) = ع – { ٥ }

$س^{٢} - م س + ٢٥$ = صفر عند س = ٥

$(٥)^{٢} - ٥م + ٢٥ = ٠$ ٥٠ – ٥م = ٠ ٥م = ٥٠ م = ١٠

مثال ١٤

إذا كان د(س) = $\frac{٢س}{س^{٢} - ٦ س + م}$ **وكان مجال** د(س) = ع – { ٣ } **فان** م = ...

مجال د(س) = ع – { ٣ } $س^{٢} - ٦س + م$ = صفر عند س = ٣

$(٣)^{٢} - ٦(٣) + م = ٠$ ٩ – ١٨ + م = ٠ م = ٩

مثال ١٥

إذا كان د(س) = $\frac{٥س}{(س - م)(س + ٣)}$ **وكان مجال** د(س) = ع – { –٣ ، ٥ } **فان** م =.....

مجال د(س) = ع – { –٣ ، ٥ } (س – م)(س + ٣) = صفر عند س = ٥

(٥ – م)(٥ + ٣) = ٠ (٥ – م)(٨) = ٠

٤٠ – ٨م = ٠ ٨م = ٤٠ م = ٥

مثال ١٦

إذا كان د(س) = $\frac{س - ٣}{س^{٢} + م س + ك}$ **وكان مجال** د(س) = ع – { ١ ، ٤ } **فان** م =.....

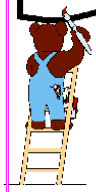
مجال د(س) = ع – { ١ ، ٤ }

$س^{٢} + م س + ك = ٠$ عند س = ١ ، س = ٤

١ + م + ك = ٠ ١٦ + ٤ م + ك = ٠ بطرح المعادلتين

٣ م + ١٥ = ٠ ٣ م = –١٥

م = –٥ ، ١ – ٥ + ك = ٠ –٤ + ك = ٠ ك = ٤



تمارين (٣) على المجال المشترك للدالتين

(١) اكمل مايأتي

١ إذا كان : $د_١(س) = \frac{س + ١}{س}$ ، $د_٢(س) = \frac{٢س + ٣}{٢س}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٢ إذا كان : $د_١(س) = \frac{١}{س + ١}$ ، $د_٢(س) = \frac{٣س^٢ + ٥}{س - ١}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٣ إذا كان : $د_١(س) = \frac{٣س - ٥}{س^٢ - ٤}$ ، $د_٢(س) = \frac{س}{س - ٢}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٤ إذا كان : $د_١(س) = \frac{س + ٣}{٤}$ ، $د_٢(س) = \frac{س^٢}{س^٢ + ٤}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٥ إذا كان : $د_١(س) = \frac{٢}{٥س}$ ، $د_٢(س) = \frac{س + ١}{٣}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٦ إذا كان : $د_١(س) = \frac{س - ١}{س + ١}$ ، $د_٢(س) = \frac{س - ٢}{٥}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٧ المجال المشترك للدالتين $د_١(س) = \frac{س}{س - ٧}$ ، $د_٢(س) = \frac{١}{٢}س$ هو .....

٨ المجال المشترك للدالتين $د_١(س) = \frac{س}{س - ٥}$ ، $د_٢(س) = \frac{س^٢ + ١}{٣}$ هو .....

٩ المجال المشترك للدالتين $د_١(س) = \frac{٥}{س}$ ، $د_٢(س) = \frac{س}{٥}$ هو .....

١٠ المجال المشترك للدالتين $د_١(س) = \frac{س - ٥}{س^٢ - ٢٥}$ ، $د_٢(س) = \frac{١٥}{١ - س}$ هو .....

١١ المجال المشترك للدالتين $د_١(س) = \frac{١}{س^٣ - ١}$ ، $د_٢(س) = \frac{٢}{س^٢ - ٢س + ١}$ هو .....

١٢ المجال المشترك للدالتين $د(س) = \frac{س + ٥}{س^٢ - ٩}$ ، $د_٢(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - س - ٦}$ هو .....

مع أرق تمنياتي بالنجاح والتفوق ... أ/ وليد رشدى

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

[٢] اكمل ما يأتي :

١ إذا كان : ن١ (س) = س٢ − ٤ ، ن٢ (س) = $\frac{١}{١ - س}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٢ إذا كان : ن١ (س) = س٢ − ١٦ ، ن٢ (س) = $\frac{١}{س^{٢} + ١٦}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٣ إذا كان : د١ (س) = $\frac{٣}{س^{٢} + ٢٥}$ ، د٢ (س) = $\frac{٥}{س - ٢}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٤ إذا كان : د١ (س) = $\frac{س - ١}{س^{٢} - ٤}$ ، د٢ (س) = $\frac{س}{س + ٢}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٥ إذا كان : ن١ (س) = $\frac{٣س + ٢}{س (س + ٢)}$ ، ن٢ (س) = $\frac{٢س + ٣}{(س - ٢) (س - ٢)}$

فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٦ إذا كان : ن١ (س) = $\frac{س + ٢}{س^{٢} - ٤}$ ، ن٢ (س) = $\frac{٥}{س + ٣}$ ، ن٣ (س) = $\frac{س^{٢} - ٥}{٣}$

فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٧ إذا كان : د١ (س) = $\frac{١}{س^{٣} - ٢٧}$ ، د٢ (س) = $\frac{١}{س^{٢} - ٩}$ فان المجال المشترك للدالتين هو .....

٨ إذا كان ن١ (س) = $\frac{س - ٢}{س + ١}$ ، ن٢ (س) مجالها ح − { − ٢ ، ٣ }

فان المجال المشترك للدالتين ن١ ، ن٢ .....

٩ إذا كان ن١ (س) = $\frac{٢س - ١}{س - ٢}$ ، ن٢ (س) = $\frac{س + ٢}{س - ك}$ وكان المجال المشترك للكسرين

هو ح − { ٢ ، − ١ } فان ك = ...

١٠ إذا كان مجال ن١ (س) هو ح ، مجال ن٢ (س) = هو ح − { ٠ ، ٢ }

، ن٣ (س) = $\frac{س}{(س - ٢) (س - ٥)}$ فان المجال المشترك للكسور الثلاثة .....

تساوى كسرين جبريين

نقول أن الدالتين د (س) ، ن (س) متساويتان إذا تحقق الشرطان الآتيين معا

١) مجال د (س) = مجال ن (س)

٢) د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

إذا كان مجال د (س) ≠ مجال ن (س)

د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

فان د (س) ≠ ن (س)

ولكن د (س) = ن (س) فى المجال المشترك = ح – { أصفار المقامين }

مثال ١

إذا كان $د(س) = \frac{٥س}{١٠-٥س}$ ، $ن(س) = \frac{٢س}{٤-٢س}$ **فهل** د (س) = ن (س) ؟

د (س) بعد الاختزال $= \frac{٥س}{٥(س-٢)} = \frac{س}{س-٢}$ ∴ مجال د (س) = ح – { ٢ }

ن (س) $= \frac{٢س}{٢(س-٢)} = \frac{س}{س-٢}$ ∴ مجال ن (س) = ح – { ٢ }

∵ مجال د (س) = مجال ن (س)

∵ د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

∴ د (س) = ن (س)

مثال ٢

إذا كان $د(س) = \frac{٦س^{٢}}{٣س-٦}$ ، $ن(س) = \frac{١٢س^{٢}}{٦س-١٢}$ **فهل** د (س) = ن (س) ؟

الحل د (س) $= \frac{٦س^{٢}}{٣س-٦} = \frac{٦س^{٢}}{٣(س-٢)} = \frac{٢س^{٢}}{س-٢}$ مجال د (س) = ح – { ٢ }

ن (س) $= \frac{١٢س^{٢}}{٦س-١٢} = \frac{١٢س^{٢}}{٦(س-٢)} = \frac{٢س^{٢}}{س-٢}$ مجال ن (س) = ح – { ٢ }

∵ مجال د (س) = مجال ن (س)

∵ د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

∴ د (س) = ن (س)

مثال ٣

إذا كان د (س) = $\frac{٥س}{١٥+٥س}$ ، ن (س) = $\frac{س^{٣}+س}{س^{٣}+٣س^{٢}+س+٣}$ **فهل** د (س) = ن (س) ؟

د (س) = $\frac{٥س}{١٥+٥س}$ = $\frac{٥س}{٥(س+٣)}$ = $\frac{س}{س+٣}$

مجال د (س) = ح − { −٣ }

ن (س) = $\frac{س^{٣}+س}{س^{٣}+٣س^{٢}+س+٣}$ = $\frac{س(س^{٢}+١)}{س^{٢}(س+٣)+(س+٣)}$ =

= $\frac{س(س^{٢}+١)}{(س^{٢}+١)(س+٣)}$ = $\frac{س}{س+٣}$ مجال ن (س) = ح − { −٣ }

∵ مجال د (س) = مجال ن (س)

∵ د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

∴ د (س) = ن (س)

مثال ٤

إذا كان د (س) = $\frac{س^{٢}-س}{س^{٣}-٣س^{٢}}$ ، ن (س) = $\frac{س^{٢}-٣س+٢}{س^{٣}-٤س^{٢}+٤س}$ **فهل** د (س) = ن (س) ؟

د (س) = $\frac{س^{٢}-س}{س^{٣}-٣س^{٢}}$ = $\frac{س(س-١)}{س^{٢}(س-٣)}$ = $\frac{س-١}{س(س-٣)}$

مجال د (س) = ح − { ٠ ، ٣ }

ن (س) = $\frac{س^{٢}-٣س+٢}{س^{٣}-٤س^{٢}+٤س}$ = $\frac{(س-١)(س-٢)}{س(س-٢)(س-٢)}$ = $\frac{س-١}{س(س-٢)}$

مجال ن (س) = ح − { ٠ ، ٣ }

∵ مجال د (س) = مجال ن (س)

∵ د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

∴ د (س) = ن (س)

مثال ٥

اثبت أن $د(س) = ن(س)$ **في المجال المشترك و أوجد هذا المجال**

إذا كان $د(س) = \frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٧س + ١٠}$ ، $ن(س) = \frac{٣س - ١٥}{٣س^{٢} - ٢١س + ٣٠}$

$د(س) = \frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٧س + ١٠} = \frac{س(س - ٥)}{(س - ٥)(س - ٢)} = \frac{س}{(س - ٢)}$ مجال $د(س) = ح - \{٢ ، ٥\}$

$ن(س) = \frac{٣س - ١٥}{٣س^{٢} - ٢١س + ٣٠} = \frac{٣(س - ٥)}{٣(س^{٢} - ٧س + ١٠)} = \frac{٣(س - ٥)}{٣(س - ٥)(س - ٢)}$

$= \frac{١}{س - ٢}$ مجال $ن(س) = ح - \{٢ ، ٥\}$

∵ مجال $د(س)$ = مجال $ن(س)$

∵ $د(س)$ بعد الاختزال $\neq ن(س)$ بعد الاختزال لكل $س \in$ المجال المشترك

∴ $د(س) \neq ن(س)$ المجال المشترك $= ح - \{٢ ، ٥\}$

مثال ٦

اثبت أن $د(س) = ن(س)$ **في المجال المشترك و أوجد هذا المجال**

إذا كان $د(س) = \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} - ٣س + ٢}$ ، $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{٥ + س - ٦س^{٢}}$

$د(س) = \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} - ٣س + ٢} = \frac{(س - ٢)(س + ٣)}{(س - ٢)(س - ١)} = \frac{س + ٣}{س - ١}$ مجال $د(س) = ح - \{١ ، ٢\}$

$ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{٥ + س - ٦س^{٢}} = \frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س - ٥)(س - ١)} = \frac{س + ٣}{س - ١}$ مجال $ن(س) = ح - \{١ ، ٥\}$

∵ مجال $د(س) \neq$ مجال $ن(س)$

∵ $د(س)$ بعد الاختزال $= ن(س)$ بعد الاختزال لكل $س \in$ المجال المشترك

∴ $د(س) \neq ن(س)$

المجال المشترك $= ح - \{٢ ، ٥\}$

مع أرق تمنياتي بالنجاح والتفوق ... أ/ وليد رشدى

مثال ٧

هل الكسران د (س) = $\frac{١}{س - ٥}$ ، ن (س) = $\frac{س}{س^{٢} - ٥س}$ **متساويان ، ولماذا**

د (س) = $\frac{١}{س - ٥}$ مجال ن (س) = ح − { ٥ }

ن (س) = $\frac{س}{س^{٢} - ٥س}$ = $\frac{س}{س (س - ٥)}$ = $\frac{١}{س - ٥}$

مجال ن (س) = ح − { ٥ ، ٠ }

∵ مجال د (س) ≠ مجال ن (س)

∵ د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

∴ د (س) ≠ ن (س)

∴ المجال المشترك = ح − { ٥ ، ٠ }

مثال ٨

هل الكسران د (س) = $\frac{٤س^{٢} - ٩}{٦س - ٩}$ ، ن (س) = $\frac{٢س^{٢} + ٣س}{٣س}$ **متساويان ، ولماذا**

د (س) = $\frac{٤س^{٢} - ٩}{٦س - ٩}$ = $\frac{(٢س - ٣)(٢س + ٣)}{٣ (٢س - ٣)}$ = $\frac{٢س + ٣}{٣}$ مجال ن (س) = ح − { $\frac{٣}{٢}$ }

ن (س) = $\frac{٢س^{٢} + ٣س}{٣س}$ = $\frac{س (٢س + ٣)}{٣س}$ = $\frac{٢س + ٣}{٣}$

مجال ن (س) = ح − { ٠ }

∵ مجال د (س) ≠ مجال ن (س)

∵ د (س) بعد الاختزال = ن (س) بعد الاختزال لكل س ∈ المجال المشترك

∴ د (س) ≠ ن (س)

∴ المجال المشترك = ح − { $\frac{٣}{٢}$ ، ٠ }

تمارين [٤] على تساوي دالتين

[أ] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

❶ الدالتين ن١ ، ن٢ متساويتان إذا كان ن١ (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^3 + \text{س}}$ ، ن٢ (س) = $\frac{1}{\text{س}^2 + 1}$

فان ن١ ، ن٢ لكل س ∈ .....

① ح ② ح − { ١ } ③ ح − { ١ ، ٠ } ④ ح − { ٠ }

❷ إذا كانت ن١ (س) = $\frac{\text{س}^4 - \text{س}^2}{\text{س}^3 - \text{س}^2}$ ، ن٢ (س) = $\frac{\text{س}^3 - \text{س}}{\text{س}^2 - \text{س}}$ دالتان متساويتان لكل س ∈ .....

① ح ② ح − { ٠ } ③ ح − { ١ ، ٠ } ④ ح − { ١ ، ٠ ، −١ }

❸ إذا كانت ن١ (س) = $\frac{\text{س}3 - 6}{12}$ ، ن٢ (س) = $\frac{\text{س}^2 - 4}{4 (\text{س} + 2)}$ فان المجال المشترك الذى

تتساوى الدالتين هو .....

① ح ② ح − { ١٢ } ③ ح − { ٢ } ④ ح − { −٢ }

❹ إذا كان : ن١ (س) = $\frac{5}{\text{س} - 8}$ ، ن٢ (س) = $\frac{\text{س} - 3}{\text{س}3 - \text{ص}}$ وكان مجال ن١ = مجال ن٢ فان ص = ...

① ٣ ② ٥ ③ ٨ ④ ٢٤

❺ إذا كان : ن١ (س) = $\frac{5\text{س}}{5\text{س} + 10}$ ، ن٢ (س) = $\frac{\text{س}3}{\text{س}3 + \text{هـ}}$ متساويان فان هـ = ...

① ٣ ② ٦ ③ ٤ ④ صفر

❻ إذا كانت : ن١ (س) = $\frac{4\text{س}^2 - 9}{6\text{س} - 9}$ ، ن٢ (س) = $\frac{2\text{س}^2 + 3\text{س}}{\text{س}3}$ دالتان متساويتان فان المجال المشترك .....

① ح ② ح − { $\frac{3}{2}$ } ③ ح − { ٣ } ④ ح − { صفر ، $-\frac{3}{2}$ }

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

[٢] اجب عما يأتى :

١ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{١}{س}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢} + ١}{س^{٣} + س}$ هل $ن_{١} = ن_{٢}$ مع ذكر السبب

٢ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{٣س}{١٢ + ٣س}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢} + ٤س}{١٦ + ٨س + س^{٢}}$ هل $ن_{١} = ن_{٢}$ مع ذكر السبب

٣ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{١}{س - ٥}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س}{٥س - س^{٢}}$ هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب

٤ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} + ٩س + ٢٠}{س^{٢} - ١٦}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢} + ٥س}{س^{٢} - ٤س}$

هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب وحدد المجال الذى تتساوي فيه الدالتان .

٥ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + س - ٦}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٣} - س^{٢} - ٦س}{س^{٣} - ٩س}$

هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب

٦ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + ٥س + ٦}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س}{٥س - س^{٢}}$

هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب

٧ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س - ١}{س^{٢} - ٤س + ٣}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س - ٢}{٦ + ٥س - ٢س}$

هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب

٨ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{(س + ١)(س^{٢} + ١)}{س^{٣} + س}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٣} + ١}{س + س^{٢} - س^{٣}}$

هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب

٩ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س}{١ - س^{٢}}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{٥س}{٥ - ٥س^{٢}}$ هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب

١٠ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} + ١}{س^{٣} + س}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س}{٥س - س^{٢}}$ هل $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ مع ذكر السبب

جمع وطرح الكسور الجبرية

مثال ١

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{١}{س + ١} + \frac{س}{س + ١}$

$د(س) = \frac{١}{س + ١} + \frac{س}{س + ١} = \frac{١ + س}{س + ١} = ١$

المجال = ح $- \{ -١ \}$

مثال ٢

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} + ٤ س}{س + ٣} - \frac{س}{س + ٣}$

$د(س) = \frac{س^{٢} + ٤ س}{س + ٣} - \frac{س}{س + ٣} = \frac{س^{٢} + ٤ س - س}{س + ٣} = \frac{س^{٢} + ٣ س}{س + ٣} = \frac{س (س + ٣)}{س + ٣} = س$

المجال = ح $- \{ -٣ \}$

مثال ٣

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٢٥}{س + ٥} - \frac{س^{٢}}{س + ٥}$

$د(س) = \frac{٢٥}{س + ٥} - \frac{س^{٢}}{س + ٥} = \frac{٢٥ - س^{٢}}{س + ٥} = \frac{(٥ - س)(٥ + س)}{س + ٥} = ٥ - س$

المجال = ح $- \{ -٥ \}$

مثال ٤

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س}{س - ١} - \frac{س + ١}{س^{٢} - ١}$

$د(س) = \frac{س}{س - ١} - \frac{س + ١}{(س - ١)(س + ١)} = \frac{س}{س - ١} - \frac{١}{س - ١} = \frac{س - ١}{س - ١} = ١$

المجال = ح $- \{ ١ ، -١ \}$

مثال ٥

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٢س - ٨}{س^{٢} - ٧س + ١٢} + \frac{٢ + س}{س^{٢} + ٤س + ٤}$

$$د(س) = \frac{٢(س-٤)}{(س-٤)(س-٣)} + \frac{٢ + س}{(٢ + س)^{٢}} = \frac{٢ + س}{٣ - س} + \frac{١}{٢ + س} = \frac{٢(٢ + س) + ٣ - س}{(٣ - س)(٢ + س)}$$

$$\frac{٢س + ٤ + ٣ - س}{(٣ - س)(٢ + س)} = \frac{٣س + ١}{(٣ - س)(٢ + س)}$$

∴ المجال = ح $-\{٤ ، -٢ ، ٣\}$

مثال ٦

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٦س + ٥} + \frac{٦س}{س^{٣} - ٥س^{٢} + ٤س}$

$$د(س) = \frac{٢(س-٥)}{(س-٥)(س-١)} + \frac{٦س}{س(س-١)(س-٤)} = \frac{٢}{س-١} + \frac{٦}{(س-١)(س-٤)} = \frac{٢(س-٤)+٦}{(س-١)(س-٤)}$$

$$= \frac{٢س - ٨ + ٦}{(س-١)(س-٤)} = \frac{٢س - ٢}{(س-١)(س-٤)} = \frac{٢(س-١)}{(س-١)(س-٤)} = \frac{٢}{س-٤}$$

المجال = ح $-\{٤ ، ١ ، ٥ ، صفر\}$

مثال ٧

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٣س - ٦}{س^{٢} - س - ٢} + \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} + ٤س + ٣}$

$$د(س) = \frac{٣س-٦}{س^{٢} - س - ٢} + \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} + ٤س + ٣} = \frac{٣(س-٢)}{(س-٢)(س+١)} + \frac{(س-٢)(س+٣)}{(س+١)(س+٣)}$$

$$= \frac{٣}{س+١} + \frac{س-٢}{س+١} = \frac{٣ + س - ٢}{س+١} = \frac{س+١}{س+١} = ١$$

∴ المجال = ح $-\{٢ ، -١ ، -٣\}$

مثال ٨

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = ١ + \frac{١}{س}$

$$د(س) = ١ + \frac{١}{س} = \frac{س + ١}{س}$$

المجال = ح − { ٠ }

مثال ٩

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = س + \frac{١}{س}$

$$د(س) = س + \frac{١}{س} = \frac{س^{٢} + ١}{س}$$

المجال = ح − { ٠ }

مثال ١٠

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٢}{س^{٢} + ٦س + ٥} + \frac{٦}{٣س^{٢} - ٨س - ١٠}$

$$د(س) = \frac{٢}{(س + ١)(س + ٥)} + \frac{٦}{٣(س^{٢} - ٤س - ٥)} = \frac{٢}{(س + ١)(س + ٥)} +$$

$$\frac{٣}{(س + ١)(س - ٥)} = \frac{٣(س - ٥) + ٣(س + ٥)}{(س + ١)(س - ٥)(س + ٥)} = \frac{٣س - ١٠ + ٣س + ١٥}{(س + ١)(س - ٥)(س + ٥)}$$

$$= \frac{٥س + ٥}{(س + ١)(س - ٥)(س + ٥)} = \frac{٥(س + ١)}{(س + ١)(س - ٥)(س + ٥)} = \frac{٥}{س^{٢} - ٢٥}$$

المجال = ح − { −١ ، ٥ ، −٥ }

مثال ١١

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٢}{س^{٢} + ٤س + ٣} + \frac{٤س}{س^{٣} - ٢س^{٢} - ٣س}$

$$د(س) = \frac{٢}{(س+٣)(س+١)} + \frac{٤س}{س(س-٣)(س+١)} = \frac{٢(س-٣) + ٤(س+٣)}{(س-٣)(س+٣)(س+١)}$$

$$= \frac{٦س+٦}{(س-٣)(س+٢)(س+١)} = \frac{٦(س+١)}{(س-٣)(س+٣)(س+١)} = \frac{٦}{(س-٣)(س+٣)} = \frac{٦}{٩-س^{٢}}$$

المجال = ح $-$ { -١ ، ٣ ، -٣ ، صفر }

مثال ١٢

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} + س}{س^{٢} + ٢س + ١} + \frac{٢}{١-س^{٢}}$

$$د(س) = \frac{س(س+١)}{(س+١)^{٢}} - \frac{٢}{(س-١)(س+١)} = \frac{س}{س+١} - \frac{٢}{(س-١)(س+١)}$$

$$= \frac{س(س-١)-٢}{(س-١)(س+١)} = \frac{س^{٢}-س-٢}{(س-١)(س+١)} = \frac{(س+١)(س-٢)}{(س-١)(س+١)} = \frac{س-٢}{س-١}$$

المجال = ح $-$ { -١ ، ١ }

مثال ١٣

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س+٤}{س^{٢}+س-١٢} + \frac{١}{٥س-٦-س^{٢}}$

$$د(س) = \frac{س+٤}{(س+٤)(س-٣)} - \frac{١}{(س-٣)(س-٢)} = \frac{١}{س-٣} - \frac{١}{(س-٣)(س-٢)}$$

$$= \frac{س-٢-١}{(س-٣)(س-٢)} = \frac{س-٣}{(س-٣)(س-٢)} = \frac{١}{س-٢}$$

المجال = ح $-$ { -٤ ، ٣ ، ٢ }

تمارين (٥) على جميع الكسور

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١ مجال الكسر الجبرى ن (س) = $\frac{٤}{س - ١} + \frac{٢}{س + ٣}$ هو .....

① ح − { −٣ }　② ح − { ١ }　③ ح − { −١ ، ٣ }　④ ح − { ١ ، −٣ }

٢ إذا كان : $ن_{١}$ (س) = $\frac{٣س}{س + ١}$ ، $ن_{٢}$ (س) = $\frac{٢}{س + ١}$ فان $ن_{١} + ن_{٢}$ = ...

① $\frac{٤}{س - ١}$　② $\frac{٤س}{(س + ١)^{٢}}$　③ $\frac{٢}{س + ١}$　④ ٢

٣ إذا كان د (س) = $\frac{٣س - ٤}{س^{٢} - ٤} + \frac{٦س - ٦}{س^{٢} + س - ٢}$ فان د (س) فى أبسط صورة هى .....

① $\frac{-٨}{س + ٢}$　② $\frac{٨س - ١٠}{(س + ٢)^{٢}}$　③ $\frac{٨}{س + ٢}$　④ ٨

٤ الكسر الجبرى ن (س) = $\frac{٥س}{س + ٢} + \frac{١٠}{س + ٢}$ فى أبسط صورة هو .....

① ١٠　② ٥　③ $\frac{١٥س}{س - ٢}$　④ $\frac{-٥س}{س - ٢}$

٥ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٣س + ٩}{س^{٣} + ٢٧} + \frac{٣س - ٦}{س^{٢} + س - ٦}$ فان مجال ن (س) = ...

① ح　② ح − { −٣ ، ٢ }　③ ح − { ٣ ، −٢ }　④ ح − { ٦ }

٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{١}{س - ١} + \frac{١}{س + ١}$ فان مجال ن (س) = ...

① ح　② ح − { −١ ، ١ }　③ ح − { ١ }　④ ح − { صفر }

[٢] أكمل ما يأتي :

١ المحايد الجمعي لأى كسر جبرى هو .....

٢ إذا كان : ن (س) = $\frac{٢}{س - ١}$ ، د (س) = $\frac{٣}{س + ١}$ فان مجال (ن − د) هو .....

٣ إذا كانت : دالة مجالها ح − { ٦ } فان مجال معكوسها الجمعي هو .....

٤ المعكوس الجمعي للكسر الجبرى : $\frac{س - ٢}{س^{٢} - ٢}$ هو $\frac{.....}{س^{٢} - ٢}$

٥ المعكوس الجمعي للدالة د : د (س) = $\frac{س - ٣}{٥ - س}$ هو $\frac{٣ - س}{.....}$

٦ ن (س) = $\frac{س}{س - ١}$ + $\frac{١}{١ - س}$ = ... حيث س ≠ ١

٧ ن (س) = $\frac{س^{٢}}{س + ٢}$ − $\frac{٤}{س + ٢}$ = ... في أبسط صورة س ≠ −٢

[٢] ضع الكسر الجبرى فى ابسط صورة مبينا المجال

١ ن (س) = $\frac{س - ٢}{س}$ + $\frac{٣ + س}{٢س}$

٢ ن (س) = $\frac{٢س}{س + ٢}$ + $\frac{٤}{س + ٢}$

٣ ن (س) = $\frac{٢}{س + ٣}$ + $\frac{س + ٣}{٣س + س^{٢}}$

٤ ن (س) = $\frac{٥}{س - ٣}$ + $\frac{٤}{٣ - س}$

٥ ن (س) = $\frac{س^{٢}}{س - ١}$ + $\frac{س}{١ - س}$

٦ ن (س) = $\frac{٣}{س + ١}$ + $\frac{٢س + ١}{١ - س^{٢}}$

٧ ن (س) = $\frac{١٢}{١٢س^{٢} - ٣}$ + $\frac{٢}{٢س - ٤س^{٢}}$

٨ ن (س) = $\frac{٣س - ٤}{س^{٢} - ٥س + ٦}$ + $\frac{٢س + ٦}{س^{٢} + س - ٦}$

٩ ن (س) = $\frac{س}{س^{٢} + ٢س}$ + $\frac{س + ٢}{س^{٢} - ٤}$

١٠ ن (س) = $\frac{س - ٣}{س^{٢} - ٩}$ + $\frac{س + ١}{س^{٢} - ٢س - ٣}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١١ $ن(س) = \frac{س^{٢} - س}{س^{٢} - ١} + \frac{٥ - س}{س^{٢} - ٦س + ٥}$

١٢ $ن(س) = \frac{س + ٢}{س^{٢} - ٤} + \frac{٣س}{س^{٢} - ٢س}$

١٣ $ن(س) = \frac{٦س}{س^{٢} + س - ٢} + \frac{٢س^{٢} - ٤س}{س^{٢} - ٤}$

١٤ $ن(س) = \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٨س + ١٥} + \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩}$

١٥ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{س^{٣} - ٨} + \frac{س^{٢} - س - ٦}{س^{٢} - ٤}$

١٦ $ن(س) = \frac{-٣س - ٩}{س^{٢} + ٤س + ٣} + \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} - س - ٢}$

١٧ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٨س + ١٢}{س^{٢} - ٤س + ٤} + \frac{س^{٢} - ٤س - ٥}{س^{٢} - ٧س + ١٠}$

١٨ $ن(س) = \frac{٦ - س}{٢س^{٢} - ١٥س + ١٨} + \frac{٥ - س}{٢س^{٢} + ٢س - ١٣س + ١٥}$

١٩ $ن(س) = \frac{٧ - س}{س^{٢} - ٧س + ١٢} + \frac{٥ - س}{٤ - س}$

٢٠ $ن(س) = \frac{٦ - ٣س}{س^{٢} - ٥س + ٦} + \frac{٦ + ٢س}{س^{٢} + ٥س + ٦}$ ثم أوجد ن(٠) ، ن(-١)

[٦] ضع الكسر الجبرى فى أبسط صورة مبينا المجال

١ $ن(س) = \frac{١}{س - ١} - \frac{٢}{س^{٢} - ١}$

٢ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + س - ٢} - \frac{١}{١ - س}$

٣ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٣س}{س^{٢} - ٩} - \frac{٢س + ٢}{س^{٢} - ٢س - ٣}$

٤ $ن(س) = \frac{٤}{س^{٢} - ٤} - \frac{٢}{س^{٢} + ٢س}$

٥ $ن(س) = \frac{س + ٣}{س^{٢} - ٩} - \frac{٢س + ٢}{س^{٢} - ٢س - ٣}$

٦ $ن(س) = \frac{س - ٢}{س} - \frac{س}{س - ٢}$

٧ $ن(س) = \frac{س}{س - ١} - \frac{س + ١}{س^{٢} + س - ٢}$

٨ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + س - ٢} - \frac{١}{س - ١}$

٩ $ن(س) = \frac{س - ٢}{س - ٣} - \frac{س^{٢} + ٣س + ٩}{س^{٣} - ٢٧}$

١٠ $ن(س) = \frac{س + ٤}{س} - \frac{س}{س - ٤}$

١١ $ن(س) = \frac{٣س}{س^{٢} - ٢س} - \frac{١٢}{س^{٢} - ٤}$

١٢ $ن(س) = \frac{٥س + ٢٥}{س^{٢} - ٢٥} - \frac{س}{س - ٥}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

تمارين على ضرب الكسور الجبرية

مثال ١

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} + ٥س}{س^{٢} + س - ٦} \times \frac{س^{٢} - ٧س + ١٠}{٢٥ - س^{٢}}$

$$د(س) = \frac{س(س + ٥)}{(س - ٢)(س + ٣)} \times \frac{(س - ٢)(س - ٥)}{-(س - ٥)(س + ٥)} = \frac{-س}{(س + ٣)}$$

المجال = ح $- \{-٣ ، ٥ ، -٥ ، ٢\}$

مثال ٢

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} - س}{س^{٢} + ٢س} \times \frac{س^{٢} - ٤}{١ - س^{٢}}$

$$د(س) = \frac{س(س - ١)}{س(س + ٢)} \times \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{-(س - ١)(س + ١)} = \frac{-(س - ٢)}{س + ١}$$

المجال = ح $- \{-٢ ، ٠ ، ١ ، -١\}$

قسمة لكسور الجبرية

مثال ٣

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} - ٧س + ١٠}{-٥ س - ٤س^{٢}} \div \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + ٢س + ٤}$

$$د(س) = \frac{(س - ٥)(س - ٢)}{(-س - ٥)(س + ١)} \div \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{س^{٢} + ٢س + ٤}$$

$$= \frac{(س - ٥)(س - ٢)}{(-س - ٥)(س + ١)} \times \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{س^{٢} + ٢س + ٤} = \frac{١}{س + ١}$$

المجال = ح $- \{-١ ، ٥ ، ٢\}$

مثال ٤

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٣س - ١٥}{٤س + ٣} \div \frac{٥س - ٢٥}{٤س + ١٢}$

$$د(س) = \frac{٣(س - ٥)}{٤س + ٣} \div \frac{٥(س - ٥)}{٤(س + ٣)} = \frac{٣(س - ٥)}{٤س + ٣} \times \frac{٤(س + ٣)}{٥(س - ٥)} = \frac{١٢(س + ٣)}{٤س + ٣}$$

المجال = ح $- \{-٣ ، ٥ ، \frac{-٣}{٤}\}$

مثال ٥

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س - ١}{س^٢ - ١} \div \frac{س^٢ - ٥س}{س^٢ - ٤س - ٥}$

$$د(س) = \frac{س - ١}{(س - ١)(س + ١)} \div \frac{س(س - ٥)}{(س + ١)(س - ٥)}$$

$$= \frac{س - ١}{(س - ١)(س + ١)} \times \frac{(س + ١)(س - ٥)}{س(س - ٥)} = \frac{١}{س}$$

المجال = ح $- \{١ ، -١ ، ٥ ، ٠\}$

مثال ٦

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^٢ + ٢س - ٣}{س^٢ - ٩} \div \frac{س^٢ - ١}{س + ١}$

$$د(س) = \frac{(س - ١)(س + ٣)}{(س + ٣)(س - ٣)} \div \frac{(س + ١)(س - ١)}{س + ١}$$

$$\frac{(س - ١)(س + ٣)}{(س + ٣)(س - ٣)} \times \frac{س + ١}{(س + ١)(س - ١)} = \frac{١}{س - ٣}$$

المجال = ح $- \{-٣ ، ٣ ، ١ ، -١\}$

مثال ٧

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٦س + ٩}$

$$د(س) = \frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)} \div \frac{٢(س - ٥)}{(س - ٣)^{٢}}$$

$$= \frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س - ٣)^{٢}}{٢(س - ٥)} = \frac{س - ٣}{٢}$$

المجال = ح $-$ {-٣ ، ٣ ، ٥}

مثال ٨

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٣} - ١} \div \frac{س - ١}{س^{٢} + س + ١}$

$$د(س) = \frac{(س - ١)^{٢}}{(س - ١)(س^{٢} + س + ١)} \div \frac{س - ١}{س^{٢} + س + ١} = \frac{(س - ١)^{٢}}{(س - ١)(س^{٢} + س + ١)} \times$$

$$\frac{س^{٢} + س + ١}{س - ١} = ١$$

المجال = ح $-$ {١}

مثال ٩

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} - ١٢س + ٦٣}{س^{٢} - ٦س} \div \frac{٤س + ٢٤}{٣٦ - س^{٢}}$

$$د(س) = \frac{(س - ٦)^{٢}}{س(س - ٦)} \div \frac{٤(س + ٦)}{-(س - ٦)(س + ٦)}$$

$$= \frac{(س - ٦)^{٢}}{س(س - ٦)} \times \frac{-(س - ٦)(س + ٦)}{٤(س + ٦)} = \frac{-١}{٤}$$

المجال = ح $-$ {٠ ، ٦ ، -٦}

مثال ١٠

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} + ٥س + ٦} \div \frac{س^{٣} - ٢س^{٢} + س - ٢}{س^{٤} + ٢س^{٢} + س + ٢}$

$$د(س) = \frac{(س - ٢)(س + ٣)}{(س + ٣)(س + ٢)} \div \frac{س^{٢}(س - ٢) + (س - ٢)}{س^{٢}(س + ٢) + (س + ٢)}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س + ٣)}{(س + ٣)(س + ٢)} \div \frac{(س^{٢} + ١)(س - ٢)}{(س^{٢} + ١)(س + ٢)} = \frac{(س - ٢)(س + ٣)}{(س + ٣)(س + ٢)} \times \frac{(س^{٢} + ١)(س + ٢)}{(س^{٢} + ١)(س - ٢)} = ١$$

المجال = ح $- \{-٣ ، -٢ ، ٢\}$

مثال ١١

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{س^{٢} - س - ٢}{١ - س^{٢}} \div \frac{٣س - ١٥}{س^{٢} - ٦س + ٥}$

$$د(س) = \frac{(س - ٢)(س + ١)}{-(س + ١)(س - ١)} \div \frac{٣(س - ٥)}{(س - ٥)(س - ١)}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س + ١)}{-(س + ١)(س - ١)} \times \frac{(س - ٥)(س - ١)}{٣(س - ٥)} = \frac{-(س - ٢)}{٣}$$ المجال = ح $- \{-١ ، ١ ، ٥\}$

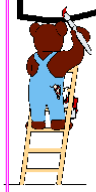
مثال ١٢

اختصر لأبسط صورة مبينا المجال $د(س) = \frac{٢س^{٢} - ٩}{٣س + ٣س^{٢}} \div \frac{٣س^{٢} + ٦س - ٤٥}{٤س^{٢} - ٩}$

$$د(س) = \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س(٢س + ٣)} \div \frac{٣(س^{٢} + ٢س - ١٥)}{(٢س + ٣)(٢س - ٣)} = \frac{(س - ٣)(س + ٥)(س - ٣)}{س(٢س + ٣)} \div \frac{٣(س + ٥)(س - ٣)}{(٢س + ٣)(٢س - ٣)}$$

$$= \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س(٢س + ٣)} \times \frac{(٢س + ٣)(٢س - ٣)}{٣(س + ٥)(س - ٣)} = \frac{(س + ٣)(٢س - ٣)}{٣س(س + ٥)}$$

المجال = ح $- \{٠ ، \frac{-٣}{٢} ، \frac{٣}{٢} ، -٥ ، ٣\}$



دالة المعكوس الضربى

مجال المعكوس الضربى = ح – { أصفار البسط والمقام }

مثال ١

أوجد المجال الذى فيه يكون للكسر الجبرى $ن(س) = \frac{س^{٣} - ٤س}{٢س + ٤}$ **معكوس ضربى**

و أوجد هذا المعكوس فى أبسط صورة

$$ن(س) = \frac{س^{٣} - ٤س}{٢س + ٤} = \frac{س(س - ٢)(س + ٢)}{٢(س + ٢)} = \frac{س(س + ٢)}{٢}$$

$$ن^{-١}(س) = \frac{٢}{س(س + ٢)}$$ مجال دالة المعكوس الضربى $ن^{-١}(س)$ = ح – { ٠ ، ٢ ، –٢ }

مثال ٢

أوجد المجال الذى فيه يكون للكسر الجبرى $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{٤ - س^{٢}}$ **معكوس ضربى و أوجد هذا المعكوس فى أبسط صورة**

$$ن(س) = \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{٤ - س^{٢}} = \frac{(س - ٢)(س - ١)}{(٢ - س)(٢ + س)} = \frac{س - ١}{-(٢ + س)}$$

$$ن^{-١}(س) = \frac{-(س + ٢)}{س - ١} = \frac{س + ٢}{١ - س}$$

مجال دالة المعكوس الضربى $ن^{-١}(س)$ = ح – { ١ ، ٢ ، –٢ }

مثال ٣

أوجد المجال الذى فيه يكون للكسر الجبرى $ن(س) = \frac{س}{س - ٢} + \frac{٢}{٢ - س}$ **معكوس ضربى**

و أوجد هذا المعكوس فى أبسط صورة

$$ن(س) = \frac{س}{س - ٢} + \frac{٢}{س - ٢} = \frac{س + ٢}{س - ٢}$$

$$ن^{-١}(س) = \frac{س - ٢}{س + ٢}$$

مجال دالة المعكوس الضربى $ن^{-١}(س)$ = ح – { ٢ ، –٢ }

مثال ٤

د(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س}{س^{٣} - ٢س^{٢} + س - ٢}$ **أوجد** د$^{-١}$(س) **وعين مجال** د$^{-١}$(س) ، **اذا كان** د$^{-١}$(س) = ٢

احسب قيمة س

د(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س}{س^{٣} - ٢س^{٢} + س - ٢}$ = $\frac{س(س - ٢)}{س^{٢}(س - ٢) + (س - ٢)}$ = $\frac{س(س - ٢)}{(س - ٢)(س^{٢} + ١)}$ = $\frac{س}{س^{٢} + ١}$

د$^{-١}$ (س) = $\frac{س^{٢} + ١}{س}$ مجال دالة المعكوس الضربى د$^{-١}$ (س) = ع $-$ { ٠ ، ٢ }

اذا كان د$^{-١}$ (س) = ٢ $\frac{س^{٢} + ١}{س}$ = ٢ س^{٢} + ١ = ٢ س

س^{٢} $-$ ٢س + ١ = ٠ (س $-$ ١)^{٢} = ٠ س = ١

مثال ٥

اذا كان د(س) = س + $\frac{١}{س^{٢}}$ **أوجد** د$^{-١}$(س) **وعين مجال** د$^{-١}$(س)

د(س) = س + $\frac{١}{س^{٢}}$ = $\frac{س^{٣} + ١}{س^{٢}}$ د$^{-١}$(س) = $\frac{س^{٢}}{س^{٣} + ١}$ = $\frac{س^{٢}}{(س + ١)(س^{٢} - س + ١)}$

مجال دالة المعكوس الضربى د$^{-١}$(س) = ع $-$ { ٠ ، $-$١ }

مثال ٦

إذا كان د(س) = $\frac{س - ٩}{س + ٢}$ **هو المعكوس الضربى للكسر** $\frac{س + ٢}{س + ٣}$ **احسب قيمة** ٩

د(س) = $\frac{س - ٩}{س + ٢}$ هو المعكوس الضربى للكسر $\frac{س + ٢}{س + ٣}$

د(س) = $\frac{س - ٩}{س + ٢}$ = $\frac{س + ٣}{س + ٢}$ س $-$ ٩ = س + ٣

$-$٩ = ٣ ٩ = $-$٣

مثال ٧

اذا كان $د(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + ٣س - ١٠}$ **ثم احسب قيمة** $د^{-١}(١)$ ، $د^{-١}(٢)$

أوجد $د^{-١}(س)$ **وعين مجال** $د^{-١}(س)$ ، **اذا كان** $د^{-١}(س) = ٥$ **احسب قيمة** س

$$د(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + ٣س - ١٠} = \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)(س + ٥)} = \frac{س + ٢}{س + ٥}$$

$$د^{-١}(س) = \frac{س + ٥}{س + ٢} \qquad د^{-١}(١) = \frac{١ + ٥}{١ + ٢} = \frac{٦}{٣} = ٢ \qquad د^{-١}(٢) = \text{غير معرف}$$

مجال دالة المعكوس الضربي $د^{-١}(س) = ع - \{-٥ ، ٢ ، -٢\}$

لذا كان $د^{-١}(س) = ٥$ ∴ $\frac{س + ٥}{س + ٢} = ٥$ ∴ $٥س + ١٠ = س + ٥$

∴ $٤س = -٥$ ∴ $س = \frac{-٥}{٤}$

مثال ٨

إذا كان المعكوس الضربي للكسر $\frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} - ٢س - ب}$ **هو** $\frac{س - ٤}{س}$

فما قيمة ب **ثم أوجد مجال الكسر الذي يحقق ذلك**

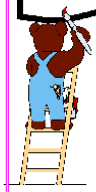
المعكوس الضربي للكسر $\frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} - ٢س - ب}$ هو $\frac{س - ٤}{س}$

$$\frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} - ٢س - ب} = \frac{س}{س - ٤} \text{ بضرب الطرف الأيسر} \times \frac{س + ٢}{س + ٢}$$

$$\frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} - ٢س - ب} = \frac{س}{س - ٤} \times \frac{س + ٢}{س + ٢} = \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} - ٢س - ٨} = \frac{س(س + ٢)}{(س - ٤)(س + ٢)}$$

بالمقارنة $-ب = -٨$ ∴ $ب = ٨$

مجال دالة المعكوس الضربي $ن^{-١}(س) = ع - \{٠ ، ٤ ، -٢\}$



تمارين [٦] على ضرب الكسور الجبرية

[١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ $\frac{م}{ب} \times \frac{جـ}{ء} =$ .....

① $\frac{م جـ}{ب^{٢}}$ ② $\frac{م جـ}{ب ء}$ ③ $\frac{م - جـ}{٢ ب}$ ④ $\frac{م + جـ}{٢ ب}$

٢ $\frac{س}{س^{٢}} \times \frac{س^{٣}}{س^{٢}} =$ ..... حيث س ∈ ح − { ٠ }

① $\frac{س}{س^{٤}}$ ② $\frac{١}{س}$ ③ ١ ④ غير ذلك

٣ $\frac{س - ٢}{س} \times \frac{س^{٢}}{٢ - س} =$ ..... حيث س ∈ ح − { ٠ ، ٢ }

① س ② − س ③ $\frac{١}{س}$ ④ $\frac{-١}{س}$

٤ ن (س) = $\frac{٢}{س - ١} \times \frac{٣}{س + ٢}$ فان ن (س) فى أبسط صورة .....

① $\frac{٦}{س^{٢} - ٢}$ ② $\frac{٦}{٢س - ١}$ ③ $\frac{٦}{س^{٢} + س - ٢}$ ④ $\frac{٦}{س^{٢} - س - ٢}$

٥ مجال الكسر الجبرى ن (س) = $\frac{س - ٣}{س} \times \frac{س^{٢}}{س^{٢} - ٩}$ هو .....

① { ٠ ، ٣ ، −٣ } ② ح − { ٠ } ③ ح − { ٠ ، ٩ } ④ ح − { ٠ ، ٣ ، −٣ }

٦ مجال المعكوس الضربى للدالة د (س) = ٣س هو .....

① ح ② ح − { ٣ } ③ ح − { ٠ } ④ Ø

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٧ ن (س) = $\frac{\text{س} + ١}{٥}$ × $\frac{\text{س} - ٢}{٣}$ فى أبسط صورة .....

① $\frac{\text{س}^{٢} - ٢}{١٥}$ ② $\frac{\text{س} - ٣}{٨}$ ③ $\frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}{١٥}$ ④ $\frac{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢}{١٥}$

٨ ن (س) = س^{٢} − ١ فان مجال المعكوس الضربى = ...

① ح − { −١ ، ١ } ② ح − { ٠ ، −١ ، ١ } ③ ح − { ٠ } ④ ح − { ١ }

٩ إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س} + ٧}{\text{س} - ٢}$ فان مجال المعكوس الضربى هو ن$^{-١}$ (س) = ...

① $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س} + ٧}$ ② $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س} - ٧}$ ③ $\frac{-(\text{س} + ٧)}{\text{س} - ٢}$ ④ غير ذلك

١٠ إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}$ × $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}}$ فان ن (س) فى أبسط صورة هو .....

① $\frac{\text{س}^{٢}(\text{س} - ٣)}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}$ ② ١ ③ −١ ④ $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{س} - ٣}$

١١ مجال المعكوس الضربى للدالة ن (س) = $\frac{٨}{\text{س} + ٤}$ هو .....

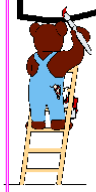
① ح − { −٤ } ② ح − { −٨ } ③ ح ④ غير ذلك

١٢ إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س} - ٥}{\text{س} - ٢}$ × $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٢}$ فان الدالة ن (س) ليس لها وجود عند س = ...

① ٢ ② −٢ ③ ٥ ④ صفر

١٣ إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س} + ١}{\text{س}^{٢} - ١}$ × $\frac{\text{س} - ١}{٥}$ فان ن (س) فى أبسط صورة هو .....

① ١ ② $\frac{١}{٥}$ ③ $\frac{٢\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٦}$ ④ غير ذلك



[٢] اكمل ما يأتى :

١ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س} - ٣}{٧}$ فان ن$^{-١}$ (س) = ...

٢ إذا كان : ن (س) = $\frac{١}{\text{س} - ١} \times \frac{٣}{\text{س} - ١}$ فان ن (س) ليس لها وجود عند س = ...

٣ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ١٥}$ فان مجال ن$^{-١}$ (س) = ...

٤ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س} + ٥}{\text{س} - ٢}$ فان مجال ن$^{-١}$ (س) = ...

٥ إذا كان : ن$_{١}$ (س) = $\frac{٣}{\text{س}}$ ، ن$_{٢}$ (س) = $\frac{\text{س}}{٣}$ فان ن$_{١}$ (س) × ن$_{٢}$ (س) = ...

٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + ٣\text{ب}} \times \frac{\text{ب} + ٣}{\text{ب}}$ فى أبسط صورة = ...

٧ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س} - ٥}{\text{س} + ٣}$ ، ن (س) = $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س} + ١}$ فان مجال ن$_{١}$ (س) × ن$_{٢}$ (س) = ...

٨ إذا كان : ن (س) = مجال المعكوس الضربى للدالة ن (س) = $\frac{\text{س} + ٣}{\text{س} - ٣}$ هو....

٩ س (س) = $\frac{\text{س} + ١}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢} \times \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}}$ فى أبسط صورة = ...

١٠ المعكوس الجمعى للكسر الجبرى $\frac{٣}{\text{س} - ١}$ هو ..... ومعكوسه الضربى هو .....

١١ مجال الكسر الجبرى $\frac{\text{س} + ١}{٣} \times \frac{\text{س} + ٤}{٥}$ هو .....

١٢ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س} + ٣} \times \frac{١}{\text{س}}$ فان : مجال المعكوس الضربى للدالة ن (س) هو .....

مع أرق تمنياتي بالنجاح والتفوق ... أ/ وليد رشدى

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(٣) اوجد مجال الدوال التالية واكتبها فى ابسط صورة

١) ن(س) = $\frac{٢س + ١٠}{س^{٢} - ٢٥} \times \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{٤س + ١٢}$

٢) ن(س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} - س - ٢} \times \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٣} + ٢س^{٢} + ٤س}$

٣) ن(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{س^{٣} - ٢٧} \times \frac{س^{٢} + ٣س + ٩}{٥س + ٥}$

٤) ن(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢} - س} \times \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{س^{٢} + س - ٦}$

٥) ن(س) = $\frac{س^{٢} + ٣س + ٢}{س^{٣} + ١} \times \frac{س^{٢} - س + ١}{س^{٢} + س - ٢}$

٦) ن(س) = $\frac{س - ٤}{س^{٣} - ٣س^{٢}} \times \frac{س - ٣}{س^{٢} - ١٦}$

٧) ن(س) = $\frac{س^{٢} + ٨س + ٧}{س^{٢} - ١} \times \frac{س - ١}{س^{٢} - ٤٩}$

٨) ن(س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} - ٤س + ٤} \times \frac{س^{٣} - ٨}{٢س^{٣} + ٤س^{٢} + ٨س}$

٩) ن(س) = $\frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + س - ٦} \times \frac{٢س + ٦}{س^{٢} + ٢س + ٤}$

١٠) ن(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{٢س^{٢} + ٣س} \times \frac{٢س^{٢} + ٣س}{س^{٢} - ٤س + ٣}$

١١) ن(س) = $\frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - س} \times \frac{س + ٣}{س^{٢} + س + ١}$

١٢) ن(س) = $\frac{س^{٢} - ١٢س - ٣٦}{س^{٢} - ٦س} \times \frac{٤س + ٢٤}{٣٦ - س^{٢}}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

[٤] اكمل ما يأتى :

١ مجال المعكوس الضربى للكسر $\frac{٥}{س}$ هو .....

٢ مجال المعكوس الضربى للكسر $\frac{س + ١}{س - ٢}$ هو .....

٣ مجال الكسر الجبرى $\frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + ٥س + ٦}$ هو ..... ومجال معكوسه الضربى هو .....

٤ المعكوس الضربى للكسر ن هو $\frac{س^{٢} - ٢٥}{٣ - س}$ فان المعكوس الجمعى له هو .....

٥ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س^{٣} - ٨} \div \frac{س + ٢}{س^{٢} + ٢س - ٤}$

فان أبسط صورة للكسر الجبرى هى ..... مجاله هو .....

٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{س + ٢}{س - ١} \div \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} - ٣س + ٢}$

فان أبسط صورة للكسر الجبرى ن هى ..... ومجاله هو .....

٧ مجال الدالة : ن (س) = $\frac{٢}{س - ٢} \div \frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢} - ٤}$ هو .....

٨ إذا كان مجال ن هو ح $- \{ -٥ ، ٢ \}$ حيث ن (س) = $\frac{س^{٢} + ٩}{(س - أ)(س + ب)}$

فان (أ ، ب) = (.....) ، (.....)

٩ إذا كان ن (س) = $\frac{س - ١}{س^{٢} - ١} \div \frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٤س - ٥}$ فان ن (٢) = ...

١٠ مجال الدالة ن (س) = $\frac{١}{س} \div \frac{س + ٣}{س - ٢}$ هو ح $- \{$ ..... $\}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(٥) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ $\frac{س + ١}{س - ٢} \div \frac{١}{س - ٢}$ = ...

① $س + ١$ ② $\frac{١}{س + ١}$ ③ $\frac{١}{١ - س}$ ④ $س - ١$

٢ $٣س + ١٨ \div ٣(س + ٦)$

① ١ ② $س + ٦$ ③ $س + ٣$ ④ ٣

٣ مجال الكسر الجبرى $\frac{١}{س - ١} \div \frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ع – .....

① { ١ } ② { ١ ، ٣ } ③ { ١ ، ٣ ، –٢ } ④ { ١ ، –٣ ، ٢ }

٤ مجال الكسر الجبرى $\frac{س - ٣}{س} \div \frac{س}{س + ٢}$ هو .....

① ع ② ع – { ٠ } ③ ع – { ٠ ، –٢ } ④ ع – { ٠ ، –٢ ، ٣ }

٥ الكسر الجبرى ن (س) = $\frac{س + ٣}{س - ٥} \div \frac{س + ٣}{س}$ فى أبسط صورة هو .....

① ١ ② –١ ③ $\frac{س}{س - ٥}$ ④ $\frac{س}{س + ٥}$

٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^{٢}}{١٢} \div \frac{٣س}{٤}$ فان ن (س) فى ابسط صورة .....

① $\frac{س}{٩}$ ② $\frac{٣س^{٣}}{٤٨}$ ③ $\frac{س^{٣}}{٩}$ ④ غير ذلك

٧ إذا كانت : د (س) = $\frac{س - ٢}{س^{٢} + ٢س + ٤} \div \frac{٣س - ٦}{س^{٣} - ٨}$ فان د (س) فى أبسط صورة هما .....

① $\frac{س - ٢}{٣}$ ② $\frac{س^{٢} - ٢}{٣}$ ③ $\frac{٣س}{س - ٢}$ ④ $\frac{٣}{س - ٢}$

٨ مجال ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٦س}{٦ + ٥س - س^{٢}}$ ÷ $\frac{٣س + ٩}{٦ - س + س^{٢}}$ هو .....

① ع ② ع – { ٢ ، ٣ ، –٣ } ③ ع – { ٢ ، ٣ } ④ ع – { –٢ ، –٣ }

٩ مجال الدالة د (س) = $\frac{س + ٢}{س + ١}$ ÷ $\frac{٢س}{٧ – س}$ هو .....

① ع ② ع – { –١ } ③ ع – { –١ ، ٧ } ④ ع – { –١ ، ٧ ، ٠ }

[٦] اوجد مجال الدوال التالية واكتبها فى ابسط صورة

١ ن (س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} - ٢س}$ ÷ $\frac{٤س + ٤}{س - ٢}$

٢ ن (س) = $\frac{س - ٢}{س - ١}$ ÷ $\frac{٢س}{١ - س}$

٣ ن (س) = $\frac{س + ٢}{س^{٢} - ٤}$ ÷ $\frac{س - ٣}{٢س - ٤}$

٤ ن (س) = $\frac{س + ١}{س - ٣}$ ÷ $\frac{س^{٢} + ٧س + ٦}{س^{٢} - ٩}$

٥ ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٢٥}{س^{٢}}$ ÷ $\frac{س + ٥}{س}$

٦ ن (س) = $\frac{٣س}{س - ١}$ ÷ $\frac{س}{١ - س}$

٧ ن (س) = $\frac{٣س - ١٥}{س + ٣}$ ÷ $\frac{٥س – ٢٥}{٤س + ١٢}$

٨ ن (س) = $\frac{س^{٢} + ٢س - ٣}{س + ٣}$ ÷ $\frac{س^{٢} – ١}{س + ١}$

[٧] اوجد مجال الدوال التالية واكتبها فى ابسط صورة

١ ن (س) = $\frac{س + ٢}{س + ١}$ ÷ $\frac{٢س}{س + ١}$

٢ ن (س) = $\frac{س + ٢}{س^{٢} - ٤}$ ÷ $\frac{س - ٣}{٢س - ٤}$

٣ ن (س) = $\frac{س + ١}{س - ٢}$ ÷ $\frac{س^{٢} + ٦س + ٥}{س - ٢}$

٤ ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٢٥}{س^{٢}}$ ÷ $\frac{س + ٥}{س}$

٥ ن (س) = $\frac{٥}{س^{٢} - ٢س - ٣}$ ÷ $\frac{س}{١ - س^{٢}}$

٦ ن (س) = $\frac{س^{٢} + ٢س - ٣}{س + ٢}$ ÷ $\frac{١ – س^{٢}}{س + ١}$

٧ ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{١٥ – ٢س - س^{٢}}$ ÷ $\frac{س - ٣}{٢س - ١٠}$

٨ ن (س) = $\frac{٣س - ١٥}{س + ٣}$ ÷ $\frac{٥س – ٢٥}{٤س + ١٢}$

٩) ن (س) = $\frac{س^{٢} - س - ٢}{س^{٢} + س - ٦} \div \frac{س^{٢} - ٤س - ٥}{س^{٢} - ٢س - ١٥}$

١٠) ن (س) = $\frac{٢س - ٦}{س^{٢} - ٥س + ٦} \div \frac{٣س + ٩}{س^{٢} + س - ٦}$

١١) ن (س) = $\frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - ٣س + ٢} \div \frac{س^{٣} + ٤س^{٢} + ٤س}{٢س^{٢} + س - ٣}$

١٢) ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٣س - ٤}{س^{٢} - ١} \div \frac{س^{٢} + ٣س}{س^{٢} - س}$

١٣) ن (س) = $\frac{٢س - ٦}{س^{٢} + ٢س + ٤} \div \frac{س^{٢} - س - ٦}{س^{٢} - ٨}$

١٤) ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٦س + ٩}$

١٥) ن (س) = $\frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + ٢س + ٤} \div \frac{س^{٢} + س - ٦}{س + ٣}$

١٦) ن (س) = $\frac{س^{٢} + ٣س - ٣}{س + ٣} \div \frac{س^{٢} - ١}{س + ١}$

١٧) ن (س) = $\frac{٢س - ٤}{س^{٢} - ٤س - ٥} \div \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{س^{٢} - ١}$

١٨) ن (س) = [$\frac{٢س^{٢} - ٨}{س^{٢} + س - ٢} \div \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - س}$] × $\frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{٢س}$

١٩) ن (س) = [$\frac{س^{٣} - ٢س^{٢}}{س^{٣} + ١} \div \frac{س^{٢}}{س^{٢} - س + ١}$] + $\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} + ٢س + ١}$

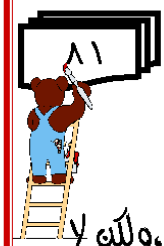
٢٠) ن (س) = [$\frac{٢س + ١}{س^{٢} - ٣س} \div \frac{٢}{٢س^{٢} - ٥س - ٣}$] ÷ $\frac{٨س^{٣} - ١}{٤س^{٣} - س}$

الوحدة الثالثة

١ الاحتمال

٢ العمليات على الأحداث

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



الاحتمـــالات

*التجربة العشوائية

التجربة العشوائية هي كل تجربة نستطيع أن نحدد مقدما (أي قبل إجرائها) جميع النواتج الممكنة الحدوث ،ولكن لا يمكن تحديد أي من هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجراء هذه التجربة

* فضاء (فراغ) العينة أو فضاء النواتج (ف)

هو مجموع جميع النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية.

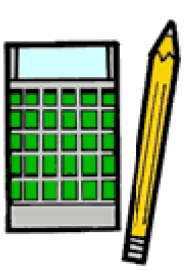
*** الحدث** هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة.

الحدث المؤكد : هو الحدث الذى لابد أن يقع ويرمز له بالرمز (ف) و يضم جميع عناصر فضاء التجربة

الحدث المستحيل: هو الحدث الذى لا يمكن أن يقع ويرمز له بالرمز (∅).

الحدث الأولى (البسيط): هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ف يحتوى على عنصر واحد فقط من عناصر فضاء التجربة .

الحدثان المتنافيان : هما الحدثان اللذان يستحال وقوعهما معاً و وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر . هما حدثان لا يقعان معا (ظهور أحدهما ينفى ظهور الأخر) ويعبر عن ذلك بأن أ ∩ ب = ∅



مسلمات الاحتمال : إذا كان ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما . فإن :

١. ل (∅) = صفر — **احتمال الحدث المستحيل** = صفر

٢. ل (ف) = ١ — **احتمال الحدث المؤكد** = ١

٣. ل (أ) ∈ [٠ ، ١] — صفر < **احتمال وقوع أى حدث** < ١

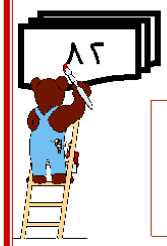
٤. ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) **إذا كان** أ ، ب **حدثين متنافيين .**

$$\text{احتمال وقوع أى حدث} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء النواتج ف}} = \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$$

خواص الاحتمال :

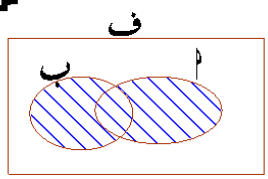
١. إذا كانت ف = { أ١ ، أ٢ ، أ٣ ، ..... ، أ ن }

فإن ل (أ١) + ل (أ٢) + ل (أ٣) + ... + ل (أ ن) = ١ أى أن مجموع الاحتمالات = ١

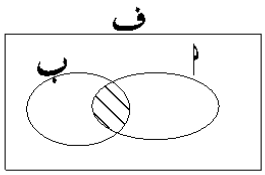


العمليات على الأحداث

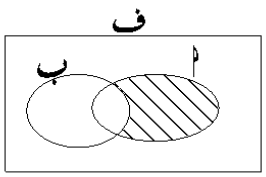
الاتحاد م ∪ ب = وقوع م أو ب = وقوع أحدهما على الأقل



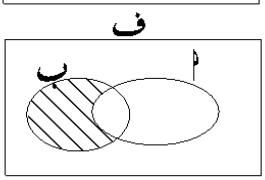
التقاطع م ∩ ب = وقوع الحدثين م ، ب معا



الفرق م – ب = حدث وقوع م فقط = حدث وقوع م و عدم وقوع ب



ب – م = حدث وقوع ب فقط = حدث وقوع ب و عدم وقوع م



التعبير اللفظى	القانون المستخدم
م ∪ ب = وقوع الحدث م أو الحدث ب = وقوع أحد الحدثين على الأقل = وقوع كلاهما = إصابة الهدف	ل(م ∪ ب) = ل(م) + ل(ب) – ل(م ∩ ب)
م ∩ ب =وقوع الحدثين م و ب معا	ل(م ∩ ب) = ل(م) + ل(ب) – ل(م ∪ ب)
م – ب = حدث وقوع م فقط = حدث وقوع م و عدم وقوع ب	ل(م – ب) = ل(م) – ل(م ∩ ب)
ب – م = حدث وقوع ب فقط = حدث وقوع ب و عدم وقوع م	ل(ب – م) = ل(ب) – ل(م ∩ ب)
ل(م') = حدث عدم وقوع م	ل(م') = ١ – ل(م) = ل(ف – م)
ل(ب') = حدث عدم وقوع ب	ل(ب') = ١ – ل(ب) = ل(ف – ب)

الحالات الخاصة :

أ ، ب حدثين متنافيين	أ ⊂ ب	ب ⊂ أ
ل (أ ∩ ب) = صفر	ل (أ ∩ ب) = ل (أ)	ل (أ ∩ ب) = ل (ب)
ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)	ل (أ ∪ ب) = ل (ب)	ل (أ ∪ ب) = ل (أ)
ل (أ − ب) = ل (أ)	ل (أ − ب) = صفر	ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ)
ل (ب − أ) = ل (ب)	ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ)	ل (ب − أ) = صفر

مثال [١]

سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من بين ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠

أوجد احتمال أن البطاقة المسحوبة

❶ تحمل رقماً فردياً يقبل القسمة على ٥

❷ يقبل القسمة على ٧

❸ تحمل رقماً فرديا يقبل القسمة على ٥ أو ٧

الحل ن(ف) = ٤٠

❶ أ = {٥ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥}

∴ ل(أ) = $\frac{٤}{٤٠} = \frac{١}{١٠}$

❷ ب = { ٧ ، ٢١ ، ٣٥ }

∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٤٠}$

❸ جـ = أ ∪ ب = {٥ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥ ، ٧ ، ٢١}

∴ ل(جـ) = $\frac{٦}{٤٠} = \frac{٣}{٢٠}$

مثال [٢]

من مجموعة أرقام العدد ٣٢١٠ ، كون عددا مكونا من رقمين مختلفين،

أحسب احتمال أن يكون الحدث عدداً زوجياً أو رقم العشرات فردى.

الحل ف = {١٠، ٢٠، ٣٠، ٢١، ٣١، ١٢، ٣٢، ١٣، ٢٣}

∴ أ = {١٠، ٢٠، ٣٠، ١٢، ٣٢} (العدد الزوجى)

∴ ب = {١٠، ٣٠، ٣١، ١٢، ٣٢، ١٣} (رقم العشرات فردى)

أ ∪ ب = {١٠، ١٣، ٣٠، ١٢، ٣٢، ٢٠، ٣١}

∴ ل(أ ∪ ب) = $\frac{٧}{٩}$

مثال[٣]

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان : ل(أ) = ٠,٥ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢
احسب احتمال ❶ وقوع الحدث أ أو الحدث ب ❷ وقوع أ وعدم وقوع ب

الحل

وقوع الحدث أ أو الحدث ب = ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٥ + ٠,٦ − ٠,٢ = ٠,٩

وقوع أ وعدم وقوع ب = ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٥ − ٠,٢ = ٠,٣

مثال[٤]

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة العشوائية وكان ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٦
، ل(أ ∩ ب) = ٠,١ **أوجد** ل(أ ∪ ب) ، ل(أ − ب) ، ل(ب − أ)

الحل

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ + ٠,٦ − ٠,١ = ٠,٧

ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ − ٠,١ = ٠,١

ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ − ٠,١ = ٠,٥

مثال[٥]

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة العشوائية وكان ل(أ) = ٠,٥٥ ، ل(ب) = ٠,٣
، ل(أ ∪ ب) = ١٣/٢٠ **أوجد** ل(أ ∩ ب) ، ل(أ − ب) ، ل(ب − أ)

الحل

ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

= ٠,٥٥ + ٠,٣٠ − ٠,٦٥ = ٠,٦٥ − ٠,٨٥ = ٠,٢

ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٥٥ − ٠,٢ = ٠,٣٥

ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٣ − ٠,٢ = ٠,١

مثال [٦]

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة العشوائية وكان ل(أ ∩ ب) = ٠,١٥ ، ل(ب) = ٠,٢٥
، ل(أ ∪ ب) = ٠,٩ **أوجد** ل(أ)

الحل

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) =

٠,٩٠ = ل(أ) + ٠,٢٥ − ٠,١٥

ل(أ) = ٠,٩٠ − ٠,٢٥ + ٠,١٥ = ٠,٨

مثال [٧]

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة العشوائية وكان ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٨}$ ، ل(أ) = $\frac{١}{٦}$

، ل(أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٩}$ **أوجد** ❶ احتمال عدم وقوع الحدث أ ❷ ل(ب)

❶ **احتمال عدم وقوع الحدث** أ = ل(أ)

∵ ل(أ) = $\frac{١}{٦}$

∴ ل(أ) = ١ − ل(أ) = ١ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٥}{٦}$

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) =

∴ $\frac{١}{٦}$ + ل(ب) − $\frac{١}{١٨}$ = $\frac{٤}{٩}$

∴ ل(ب) = $\frac{٤}{٩}$ + $\frac{١}{١٨}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٦}{١٨}$ = $\frac{١}{٣}$

❷ ل(ب) = ١ − ل(ب) ∴ ل(ب) = ١ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

مثال (٨)

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة العشوائية وكان ل(أ) = ٠,٥ ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$

أوجد : ل(أ ∪ ب) **إذا كان** ❶ ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ ❷ أ ، ب حدثان متنافيان ❸ أ ⊂ ب

❶ **إذا كانت** ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل (ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{١٢ + ٨ - ٣}{٢٤}$ = $\frac{١٧}{٢٤}$

❷ **إذا كانت** أ ، ب حدثان متنافيان **فان** ل(أ ∩ ب) = ٠

ل(أ ∪ ب)= ل(أ)+ ل (ب) − ل(أ ∩ ب)=

= $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ − صفر = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٥}{٦}$

❸ **إذا كانت** ب ⊂ أ

فان ل(أ ∩ ب) = ل(ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل(أ ∪ ب) = ل(أ) = $\frac{١}{٢}$

مثال (٩)

إذا كان أ،ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان

ل(أ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{١٨}$ ، ل(أ∪ب) = $\frac{٤}{٩}$ **أوجد:** ل(ب)

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل (ب) − ل(أ ∩ ب)

$\frac{١}{٦}$ + ل (ب) − $\frac{١}{١٨}$ = $\frac{٤}{٩}$ ل(ب) = $\frac{٤}{٩}$ + $\frac{١}{١٨}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

مثال [١٠]

إذا كان أ ، ب **حدثين من فضاء العينة العشوائية وكان** ، $ل(ب) = \frac{١}{١٢}$ ، $ل(أ \cup ب) = \frac{١}{٣}$

أوجد $ل(أ)$ ❶ أ ، ب **حدثان متنافيان** ❷ $ب \subset أ$

الحل ❶ **إذا كانت** أ ، ب **حدثان متنافيان فان** $ل(أ \cap ب) = ٠$

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$\frac{١}{٣} = ل(أ) + \frac{١}{١٢} - ٠$ ⇐ $ل(أ) = \frac{١}{٣} - \frac{١}{١٢} = \frac{٤-١}{١٢} = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

❷ **إذا كانت** $ب \subset أ$ $ل(أ \cap ب) = ل(ب)$

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$\frac{١}{٣} = ل(أ) + \frac{١}{١٢} - \frac{١}{١٢}$ ⇐ $ل(أ) = \frac{١}{٣}$

مثال [١١]

إذا كان أ ، ب **حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان** $ل(أ) = ٠,٦$ ، $ل(ب) = س$ ، $ل(أ \cup ب) = ٠,٧$ **فأوجد قيمة س فى كل من الحالات الآتية :**

❶ أ ، ب **حدثين متنافيين** ❷ $أ \subset ب$ ❸ $ل(أ \cap ب) = ٠,٤$

الحل : ❶ أ ، ب **حدثين متنافيين** $ل(أ \cap ب) =$ صفر

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

⇐ $٠,٧ = ٠,٦ + س$ ⇐ $س = ٠,١$

❷ $أ \subset ب$ $ل(أ \cap ب) = ل(أ)$

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب) = ل(ب)$

⇐ $س = ٠,٧$

❸ $ل(أ \cap ب) = ٠,٤$

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

⇐ $٠,٧ = ٠,٦ + س - ٠,٤$ ⇐ $س + ٠,٢ = ٠,٧$ ⇐ $س = ٠,٥$

مثال [١٢]

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان

ل(أ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٨}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٩}$ **أوجد:** ل(أ − ب) ، ل(ب$'$)

ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٦} - \frac{١}{١٨} = \frac{٣-١}{١٨} = \frac{١}{٩}$

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

$\frac{١}{٦}$ + ل (ب) − $\frac{١}{١٨} = \frac{٤}{٩}$

ل(ب) = $\frac{٤}{٩} + \frac{١}{١٨} - \frac{١}{٦} = \frac{١}{٣}$

ل (ب$'$) = ١ − ل(ب) = ١ − $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣}$

مثال [١٣]

إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة فى تجربة عشوائية ،وكان ل (أ) = ٠,٢٦ ، ل(ب) = ٠,٣٣

أوجد: (١) ل(أ ∩ ب)$'$ (٢) ل(أ ∪ ب)$'$ (٣) ل(أ − ب)

الحل

∵ **الحدثان متنافيان** ل (أ ∩ ب) = صفر

ل(أ ∪ ب) = ٠,٢٦ + ٠,٣٣ = ٠,٥٩

١) ل(أ ∩ ب)$'$ = ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − صفر = ١

٢) ل (أ ∪ ب)$'$ = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٥٩ = ٠,٤١

٣) ل (أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٢٦ − صفر = ٠,٢٦

مثال [١٤]

إذا كان ل(أ) = ل(أ′) ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ − ب) = $\frac{٥}{١٢}$

أوجد كلاً من ل (أ) ، ل (أ ∪ ب)

الحل : ل(أ′) = ١ − ل(أ) ∴ ل(أ) = ١ − ل(أ′) ∵ ل(أ) = ل(أ′)

∴ ل(أ′) + ل(أ) = ١ ∴ ٢ ل (أ) = ١ ∴ ل(أ) = $\frac{١}{٢}$

∴ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) ∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢} - \frac{٥}{١٢} = \frac{١}{١٢}$

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∪ ب) = $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} - \frac{١}{١٢} = \frac{٦+٤-١}{١٢} = \frac{٩}{١٢} = \frac{٣}{٤}$

مثال [١٥]

إذا كان : أ ، ب حدثين من أحداث تجربة عشوائية حيث ل(ب − أ) = $\frac{٤}{١٥}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٣٠}$

، ل (أ − ب) = ٠,٣ **فأوجد احتمال: ❶ حدث عدم وقوع** أ **❷ حدث وقوع** أ أو ب أو **كليهما**

∵ ل (أ − ب) = ٠,٣ ، ل أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٣٠}$

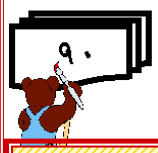
∴ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) ∴ ل(أ) = ل(أ − ب) + ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ) = ٠,٣ + $\frac{٧}{٣٠} = \frac{٣}{١٠} + \frac{٧}{٣٠} = ٩ + \frac{٧}{٣٠} = \frac{١٦}{٣٠} = \frac{٨}{١٥}$

∴ **احتمال عدم وقوع** أ = ل (أَ) = ١ − ل (أ) = ١ − $\frac{٨}{١٥} = \frac{٧}{١٥}$

∵ **احتمال وقوع** أ أو ب أو **كليهما** = ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{٨}{١٥} + \frac{١}{٢} - \frac{٧}{٣٠} = \frac{٤}{٥}$



مثال [١٦]

صمم حجر نرد بحيث يكون احتمال ظهور كلا من العداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ متساو ، احتمال ظهور العدد ٦ يساوى ثلاثة أمثال احتمال العدد ١ ا حسب احتمال ظهور عدد زوجى

الحل

ل(١) = ل(٢) = ل(٣) = ل(٤) = ل(٥) = س ، ل(٦) = ٣س

ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤) + ل(٥) + ل(٦) = ١

س + س + س + س + ٣س = ١ ، ٨س = ١

احتمال ظهور عدد زوجى = ل(٢) = ل(٤) = ل(٦) = $\frac{١}{٨} + \frac{١}{٨} + \frac{٣}{٨} = \frac{٥}{٨}$

مثال [١٧]

ثلاثة أشخاص س، ص، ع يتنافسون فى سباق، فإذا كان احتمال فوز ص = ضعف احتمال فوز س، واحتمال فوز ع ثلاثة أمثال احتمال فوز س .وأن شخصاً واحداً سيفوز فى السباق، اوجد : ❶ احتمال فوز س ❷ احتمال فوز س أو ع ❸ احتمال عدم فوز ع

الحل

نفرض احتمال فوز س = م ، احتمال فوز ص = ٢م ، احتمال فوز ع = ٣م

∴ م + ٢م + ٣م = ١ ∴ ٦م = ١ ∴ م = $\frac{١}{٦}$ ∴ ل (س) = م = $\frac{١}{٦}$

∴ ل (س ∪ ع) = ل(س) + ل(ع) = م + ٣م = ٤م = ٤ ($\frac{١}{٦}$) = $\frac{٢}{٣}$

∴ ل(ع′) = ١ − ل(ع) ∴ ل(ع′) = ١ − ٣م = ١ − ($\frac{١}{٦}$) = ١ − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

مثال (١٨)

ثلاث لاعبين م ، ب ، جـ يتنافسون فى مسابقة لرفع الأثقال فإذا كان احتمال فوز الحدث (ب) يساوى ضعف احتمال فوز الحدث (م) ، واحتمال فوز الحدث (جـ) =ثلاثة أمثال احتمال فوز الحدث (م) وأن لاعب واحد فقط سيفوز فى المسابقة أوجد ❶ احتمال فوز م أو جـ ❷ عدم فوز م

احتمال فوز الحدث (ب) يساوى ضعف احتمال فوز الحدث (م)

∴ ل (ب) = ٢ ل (م)

واحتمال فوز الحدث (جـ) =ثلاثة أمثال احتمال فوز الحدث (م)

∴ ل (جـ) = ٣ ل (م)

∵ شخصا واحد سيفوز ∴ الأحداث م ، ب ، جـ متنافية مثنى مثنى

∴ ل (م ∪ ب ∪ جـ) = ١ ∴ ل (م) + ل (ب) + ل (جـ) = ١

∴ ل (م) + ٢ ل (م) + ٣ ل (م) = ١

∴ ٦ ل (م) = ١ ∴ ل (م) = $\frac{١}{٦}$

∴ ل (ب) = ٢ ل (م) = $\frac{٢}{٦}$ ل (جـ) = ٣ ل (م) = $\frac{٣}{٦}$

∴ احتمال فوز م أو جـ = ل (م ∪ جـ) = ل (م) + ل (ب) = $\frac{١}{٦} + \frac{٣}{٦} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

∴ عدم فوز م = ل (م′) = ١ − ل (م) = ١ − $\frac{١}{٦} = \frac{٥}{٦}$

مثال [١٩]

ف فضاء عينة لتجربة عشوائية جميع نواتجها متساوية الإمكانات ، وكان الحدثين م ، ب حدثين من ف ، فإذا كان عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث م = ١٣ ، وعدد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية يساوى ٢٤ وكان ل (م ∪ ب) = $\frac{٥}{٦}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{١٢}$

فأوجد احتمال وقوع الحدث م احتمال وقوع الحدثين م ، ب معا

الحل عدد النواتج التى تؤدى الى وقوع الحدث م = ١٣ ∴ ن (م) = ١٣

وعدد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية يساوى ٢٤ ∴ ن (ف) = ٢٤

$$ل(م) = \frac{ن(م)}{ن(ف)} = \frac{١٣}{٢٤}$$

$$∴ ل(م ∩ ب) = ل(م) + ل(ب) - ل(م ∪ ب)$$

∴ احتمال وقوع الحدثين م ، ب معا $$ل(م ∩ ب) = \frac{١٣}{٢٤} + \frac{٥}{١٢} - \frac{٥}{٦}$$

$$= \frac{١٣ + ١٠ - ٢٠}{٢٤} = \frac{٣}{٢٤} = \frac{١}{٨}$$

تمارين على الإحتمال

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الممنوحة

١ إذا كان : م ، ب حدثين متنافيين فان : ل (م ∩ ب) = ...

① صفر ② ٠,٥٦ ③ ١ ④ Ø

٢ إذا كان : م ⊂ ب فان ل (م ∩ ب) = ...

① صفر ② ل (م) ③ ل (ب) ④ Ø

٣ إذا كان : م ⊂ ب فان ل (م ∪ ب) = ...

① صفر ② ل (م) ③ ل (ب) ④ Ø

٤ إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فان احتمال ظهور صورة أو كتابة = ...

① صفر ٪ ② ٢٥٪ ③ ٥٠٪ ④ ١٠٠٪

٥ إذا القي حجر نرد منتظم مرة واحدة فان احتمال ظهور عدد زوجي وظهور عدد فردى معا يساوى .....

① صفر ② $\frac{١}{٢}$ ③ $\frac{٣}{٤}$ ④ ١

٦ القى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان الحدث م هو (ظهور عدد أولى) والحدث ب هو (ظهور عدد أولى)

فان : ل (م ∩ ب) = ...

① $\frac{١}{٦}$ ② $\frac{١}{٣}$ ③ $\frac{١}{٢}$ ④ $\frac{٢}{٣}$

٧ القى حجر نرد منتظم مرة واحدة فان احتمال ظهور عدد زوجي غير أولى = ...

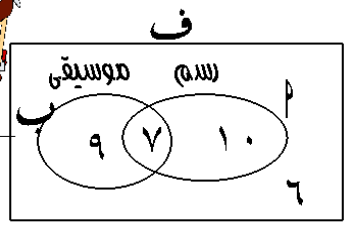
① $\frac{١}{٦}$ ② $\frac{١}{٣}$ ③ $\frac{١}{٢}$ ④ $\frac{٥}{٦}$

٨ القى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان الحدث م هو (ظهور عدد أقل من ٥) والحدث ب هو

(ظهور عدد فردى) فان احتمال وقوع أحدهما على الأقل هو =.....

① $\frac{٢}{٣}$ ② $\frac{١}{٣}$ ③ $\frac{١}{٢}$ ④ $\frac{٥}{٦}$

⑨ فصل دراسى به ٣٢ تلميذ وبه مجموعتان من التلاميذ من هواة الرسم



، و الموسيقى أعدادهم كما بالشكل . إذا اختير تلميذ عشوائيا

فما احتمال أن لا يكون من هواة الموسيقى ؟

① $\frac{٣}{٨}$ ② $\frac{١}{٢}$ ③ $\frac{٥}{٨}$ ④ ١

⑩ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل (م) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$

، ل (م ∪ ب) = $\frac{٥}{٦}$ فان

① الحدثين متنافيين ② م ⊂ ب ③ ب ⊂ م ④ ب = م$'$

⑪ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء نواتج العين ف وكان : م ⊂ ب ، ل (م) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٦

فان : ل (ب − م) = ...

① ٠,٦ ② ٠,٢ ③ ٠,٨ ④ ٠,٤

⑫ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء نواتج العين ف وكان : ل (م) = ٠,٤ ، ل (م ∩ ب) = ٠,١

فان : ل (م − ب) = ...

① ٠,١ ② ٠,٣ ③ ٠,٤ ④ ٠,٥

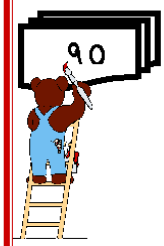
⑬ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء نواتج العين ف وكان : ل (م) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$

، ل (م ∪ ب) = $\frac{٥}{٦}$ فان : ل (م − ب) = ...

① $\frac{١}{٣}$ ② $\frac{٢}{٣}$ ③ $\frac{١}{٢}$ ④ $\frac{٥}{٦}$

⑭ أى من الآتى يعبر عن احتمال أحد الأحداث ؟

① −٠,٣ ② ٢٥٪ ③ ١,٢ ④ $\frac{٦}{٥}$



١٥ إذا ألقيت قطعة نقود مرة واحدة فان احتمال ظهور صورة أو كتابة =.....

① صفر ② $\frac{١}{٢}$ ③ ٥٠٪ ④ ١٠٠٪

١٦ إذا القى حجر نرد مرة واحدة فان احتمال ظهور عدد زوجى وظهور عدد فردى معا =.....

① صفر ② $\frac{١}{٢}$ ③ $\frac{٣}{٤}$ ④ ١

١٧ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٩ فان احتمال رسوبه .....

① صفر ② $\frac{١٠}{٩}$ ③ ٠,٩ ④ ٠,١

١٨ القى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان م هو حدث ظهور عدد أولى ، ب هو حدث ظهور عدد فردى فان ل (م ∩ ب) =.....

① $\frac{١}{٦}$ ② $\frac{١}{٣}$ ③ $\frac{١}{٢}$ ④ $\frac{٣}{٤}$

[٢] اكمل ما يأتى

١ إذا كان : م ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = ٠,٥

، ل (م ∪ ب) = ٠,٧ فان : ل (ب) = ...

٢ إذا كان احتمال وقوع الحدث م = ٣٠٪ فان احتمال عدم وقوعه = ...

٣ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م ∩ ب) = ∅

فان الحدثين م ، ب .....

٤ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = $\frac{١}{٦}$ ، ل(م ∪ ب) = $\frac{٤}{٩}$

، ل (م ∩ ب) = $\frac{١}{١٨}$ فان : ل (ب) = ...

٥ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$ ،

ل (م ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ فان : ل (م ∪ ب) = ...

٦ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان ب ⊂ م : ل (ب) = $\frac{١}{٦}$

، ل (م ∪ ب) = $\frac{١}{٢}$ فان : ل (م) = ...

٧ إذا كان: م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م ∪ ب) = ل (م) + ل (ب)

فان الحدثين م ، ب .....

٨ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = $\frac{٥}{٩}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٩}$

، ل (م ∩ ب) = $\frac{١}{٩}$ فان : ل (م ∪ ب) = ...

٩ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٤}$

، ل (م ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$ فان : ل (م ∩ ب) = ...

١٠ إذا كان : م ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان ل (م) = $\frac{١}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{٣}{٨}$

فان : ل (م ∪ ب) = ...

١١ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٦

، ل(م ∩ ب) = ٠,٣ فان : ل(م ∪ ب) = ...

١٢ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان م ⊂ ب : ل (م ∩ ب) = $\frac{٢}{٥}$

، ل (م ∪ ب) = $\frac{٤}{٥}$ فان : ل (م) = ... ، ل (ب) = ...

١٣ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = ٠,٥٥ ، ل (ب) = ٠,٣

، ل (م ∪ ب) = $\frac{١٣}{٢٠}$ فان : ل (م ∩ ب) = ...

١٤ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٨ فان احتمال رسوبه .....

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١٥ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٥
، ل (م ∩ ب) = ٠,٣٨ فان : ل (م ∪ ب) = ...

١٦ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عينة عشوائية ما ، وكان : ل (م) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$
، ل (م ∪ ب) = $\frac{٥}{٨}$ فان : ل (م ∩ ب) = ...

١٧ إذا ألقيت عملة نقدية ١٠٠٠ فان العدد المتوقع لظهور الصورة = ...

١٨ إذا كان ل (م) = ل (م َ) فان ل (م) = ...

١٩ إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية فان ل (م – ب) = ل (.....)
، ل (ب – م) = ل (.....)

٢٠ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء العين ف لتجربة عشوائية ، وكان م ⊂ ب :
فان ل (ب – م) = ل (.....) = ...

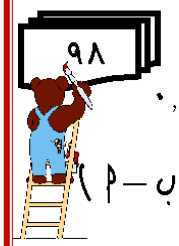
٢١ إذا كان : م حدثا من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية فان :
م ∪ م َ = ... م ∩ م َ = ...
ل (م ∪ م َ) = ... ل (م ∩ م َ) = ...

٢٢ إذا كان : م ، ب حدثين من فضاء عين لتجربة عشوائية وكان : ل (م) = ٠,٧ ، ل (م – ب) = ٠,٥
فان : ل (م ∩ ب) = ...

٢٣ إذا اعتبرنا أن مجموعة أحرف اللغة العربية هو فضاء نواتج لتجربة عشوائية وعددهم ٢٨ حرفا وكان
س = { م ، ب ، جـ ، ء ، هـ ، و ، ز } ، ص = { ء ، ز ، ح ، ط ، ى }
فان ل (س – ص َ) = ...

[٣] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية أكمل

١ ل (م) = ٠,٢	٢ ل (م) = ٠,٥٥	٣ ل (م) = ...
ل (ب) = ٠,٦	ل (ب) = ٠,٣	ل (ب) = ٠,٢٥
ل (م ∩ ب) = ٠,٣	ل (م ∩ ب) = ...	ل (م ∩ ب) = ٠
ل (م ∪ ب) = ...	ل (م ∪ ب) = ٠,٦٥	ل (م ∪ ب) = ٠,٩



[٤] م ، ب حدثان فضاء النواتج ، ل دالة احتمال معرفة على هذا الفضاء بحيث ل (م) = ٠,٦٤ ، ل (ب) = ٠,٣٩ ، ل (م ∩ ب) = ٠,١٨ فاحسب : ل (م – ب) ، ل (م ∪ ب) ، ل (ب – م)

---

[٥] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان ل (م ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (م ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$

، ل (ب) = $\frac{١}{٦}$ فأوجد : ❶ ل (م) ❷ ل (م – ب)

---

[٦] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان ل (م′) = $\frac{٥}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (م ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$

فأوجد : ❶ ل (م ∪ ب) ❷ ل (م – ب) ❸ ل (م – ب)

---

[٧] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان ل (م) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥

، ل (م ∩ ب) = ٠,١٢ أوجد : ❶ ل (م′) ❷ ل (م ∪ ب) ❸ ل (م – ب)

---

[٨] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء عينة وكان ل (م ∪ ب) = ٠,٩ ، ل (م) = ٠,٤

، ل (ب) = ٠,٧ أوجد كلا من : ❶ ل (م ∩ ب) ❷ ل (م′) ❸ ل (م – ب)

---

[٩] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان : ل (م) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (ب′) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (م ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$

فأوجد ❶ ل (ب) ، ❷ ل (م ∪ ب)

---

[١٠] إذا كان م ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان ل (م) = $\frac{٥}{٦}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ،

ل (م ∩ ب) = $\frac{٥}{١٢}$. فأوجد : ل ❶ (م ∪ ب) ❷ ل (م - ب)

---

[١١] إذا كان م ، ب حدثين ينتميان إلى فضاء العينة ف المصاحب لتجربة عشوائية ما بحيث

ل (م) = ل (ب) فإذا علمت أن ل (م ∩ ب) = ٠,٢ ، ل (م ∪ ب) = ٠,٨ فأوجد :

ل ❶ (م) ل ❷ (ب – م) ❸ ل (ف – ب)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

[١٢] إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان
ل(م) = ٠,٣٨ ، ل(ب) = ٠,٤٣ ، فأوجد : ❶ ل (م ′) ، ل ❷ (م – ب)

---

[١٣] إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (م) = $\frac{١}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{٣}{٨}$
فأوجد : ❶ ل (م ∪ ب) ، ل ❷ (م – ب)

---

[١٤] إذا كان م ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان ل (م) = ٠,٥
، ل (م ∪ ب) = ٠,٦ فأوجد ل(ب) فى كل من الحالتين الآتيتين :
❶ م ، ب متنافيين ل ❷ (م – ب) = ٠,٣

---

[١٥] إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان ل (م) = ٠,٥ ،
ل (م ∪ ب) = ٠,٧ فأوجد : ❶ ل(ب) ، ❷ ل(م ∩ ب)′ ، ❸ ل (م – ب)

---

[١٦] إذا كان م ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية بحيث م ⊂ ب وكان ل (م) = $\frac{٢}{٥}$
ل (م ∪ ب) = $\frac{٤}{٥}$ ، فأوجد : ل ❶ (ب) ، ❷ ل (ب – م) ، ❸ ل (م – ب)

---

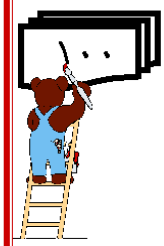
[١٧] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء نواتج وكان ل (م) = س ، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ ، ل (م ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$
عين قيمة س في الحالات التالية : ❶ إذا كان م ، ب متنافيين ❷ إذا كان ب ⊂ م

---

[١٨] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان ل (م) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (م ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$
فأوجد قيمة ل (ب) في كل من الحالتين التاليتين : ❶ إذا كان م ⊂ ب ❷ إذا كان م ، ب متنافيين

---

[١٩] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان ل (م) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب′) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (م ∩ ب) = $\frac{٣}{٨}$
فأوجد ❶ احتمال وقوع حدث واحد على الأقل من الحدثين م أو ب
❷ احتمال وقوع أحد الحدثين فقط



[٢٠] إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف وكان ل (م) = ٠,٦٣

، ل (م ∪ ب) = ٠,٨٨ فاحسب : ل [(م − ب) ∪ (ب − م)]

---

[٢١] م ، ب حدثان في فضاء احتمالي (ف ، ل) بحيث كان ل (م) = س ، ل(ب′) = ٠,٧٣

، ل (م ∪ ب) = ٠,٥٢ أوجد قيمة س إذا كان ❶ ل(م ∩ ب) = ٠,١٢ ❷ م ، ب متنافيان

---

[٢٢] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما بحيث ل (م) = ٠,٥

، ل (بَ) = ٠,٤ ، ل (م ∩ ب) = ٠,٢ **فأوجد :** ل (ب) ، ل (م ∪ ب) ، ل (م − ب)

---

[٢٣] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما بحيث م ⊂ ب

، ل (م) = ٢ ل(م′) . **فأوجد :** ل (م ∩ ب)

---

[٢٤] إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما وكان ل(م) = ٠,٦ ،

ل (م ∪ ب) = ٠,٧٥ **فأوجد :** ل (ب) ، ل (م − ب)

---

[٢٥] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان ل (م ∩ ب) = ٠,٢

، ل (ب − م) = ٠,٣ ، ل (م − ب) = ٠,٤ **فأوجد :** كلا من : ل (ب) ، ل (م ∪ ب)

---

[٢٦] م ، ب حدثان من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما فإذا كان : ل (م ∩ ب) = ٠,٢

، ل (ب − م) = ٠,٣ ، ل (م − ب) = ٠,٤ **فأوجد :** احتمال كلا من : ❶ وقوع م أ، ب

❷ وقوع م أو عدم وقوع ب ❸ وقوع أحدهما فقط

---

[٢٧] . إذا كان م ، ب حدثان من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان ل (م) = س ، ل (بَ) = $\frac{٣}{٤}$ ،

ل [ف − (م ∪ ب)] = $\frac{٢}{٣}$. **فأوجد :** قيمة س في كلا من الحالات التالية : ❶ م ، ب متنافيين ❷ ب ⊂ م

---

[٢٨] إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان : ل (م) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = س ،

ل (م ∪ ب)َ = $\frac{١}{٣}$. أولا : أوجد قيمة س في كل من الحالتين الآتيتين :

❶ م ، ب متنافيين ❷ م ⊂ ب ❸ إذا كانت س = $\frac{١}{٤}$ فأوجد قيمة ل (م ∩ ب)

[٢٩] : إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية وكان ل (م) = ل (م ′) ،

ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ل (م) فأوجد : ❶ ل(ب) ❷ ل (م ∪ ب)

---

[٣٠] م ، ب حدثان في فضاء احتمالي (ف ، ل) بحيث كان احتمال حدوث م = $\frac{٥}{٩}$ ، احتمال حدوث ب = $\frac{٧}{٩}$ ،

احتمال حدوث أحدهما على الأقل = $\frac{٨}{٩}$ احسب احتمال :

❶ وقوعهما معاً ❷ وقوع أحدهما فقط ❸ وقوع أحدهما على الأكثر

---

[٣١] من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } كون عدد من رقمين مختلفين . ثم احسب

احتمال أن يكون هذا العدد : ❶ زوجى ❷ يقبل القسمة على ٥ ❸ أحد رقميه فردى والأخر زوجى

---

[٣٢] صندوق به ٥ كرات حمراء مرقمة من ١ إلى ٥ ، ٤ كرات بيضاء مرقمة من ٦ إلى ٩ ، سحبت كرة عشوائيا .احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة : ❶ حمراء وتحمل رقم زوجى

❷ تحمل رقم فردى ❸ بيضاء أو تحمل عدد أولى

---

[٣٣] صمم حجر نرد بحيث وجهان يحملان الرقم ١ ، ووجهان يحملان الرقم ٢ ، ووجهان يحملان الرقم ٣ . القى هذا الحجر مرتين متتاليتان ولوحظ الرقم على الوجهين العلويين . احسب احتمال أن يكون :

أولا : مجموع الرقمين = عدد فردى ثانيا : الفرق المطلق بين العددين يقبل القسمة على ٢

---

[٣٤] من مجموعة الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ كون عدد من رقمين ثم أوجد احتمال الحصول على :

❶ رقم العشرات زوجى ❷ رقم الآحاد زوجى ❸ مجموع الرقمين عدد أولى

---

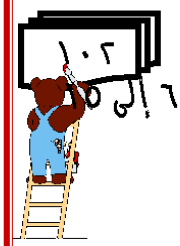
[٣٥] صندوق به ٣٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٣٠ سحبت بطاقة عشوائيا . أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدد : ❶ يقبل القسمة على ٤ ❷ يقبل القسمة على ٥

❸ لا يقبل القسمة على ٤ أ، ٥

---

[٣٦] صندوق به ٣٠ كرة مرقمة من ١ الى ٣٠ سحبت بطاقة عشوائيا أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها

❶ مضاعفا للعدد ٦ ❷ مضاعفا للعدد ٨ ❸ مضاعفا للعدد ٦ ، ٨



✍ **[٣٥]** صندوق به ١٥ كرة منها ٥ كرات حمراء مرقمة من ١ إلى ٥ ، ١٠ كرات سوداء مرقمة من ٦ إلى ١٥ سحبت كرة واحدة عشوائيا من هذا الصندوق . ❶احسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

م = حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو تحمل رقما فرديا .

ب = حدث أن تكون الكرة المسحوبة سوداء و تحمل رقما زوجيا .

❷هل م ، ب حدثان متنافيان ؟ علل إجابتك .

✍ **[٣٨]** صندوق به ٤ بطاقات تحمل الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ وصندوق أخر به كرتان إحداهما حمراء والأخرى سوداء ، سحبت عشوائيا بطاقة من الصندوق الأول وكرة من الصندوق الثانى .

❶أكتب فضاء العينة لهذه التجربة .

❷عين الحدث م حيث م هو " أن تحمل البطاقة رقم زوجى وتكون الكرة حمراء " .

❸احسب احتمال وقوع الحدث م .

✍ **[٣٩]** صندوق به ١٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ١٥ والتجربة هي سحب بطاقة عشوائياً ثم إعادتها إلى الصندوق ثم سحب بطاقة عشوائياً مرة أخرى . أحسب احتمال كل حدث مما يلي :

❶ البطاقتان تحملان عددين فرديين . ❷بطاقة السحبة الثانية تحمل عدداً يقبل القسمة على ٤ .

❸ بطاقة السحبة الأولى تحمل عدداً زوجياً وبطاقة السحبة الثانية تحمل عدداً أولياً .

✍ **[٤٠]** تقف ٢٠ سيارة في جراج للسيارات ، فوجد أن ١٣ سيارة منها من ذات الأربعة أبواب ، ٨ سيارات زرقاء اللون منها ٣ سيارات من ذات الأربعة أبواب ، اختيرت إحدى السيارات بالجراج عشوائياً ، ما احتمال أن تكون هذه السيارة ❶ زرقاء اللون ❷ لها أربعة أبواب .

❸ لها أربعة أبواب وليست زرقاء ❹ ليست زرقاء وليس لها أربعة أبواب .

✍ **[٤١]** صيادان يصوب كل منهما بندقية نحو هدف ما ، فإذا علم أن احتمال إصابة الهدف من الأول بمفرده هو ٠,٢ ومن الثاني بمفرده ٠,٣ واحتمال أن يصاب الهدف من كل منهما ٠,٢ فما احتمال أن يصاب الهدف :

❶ من الأول ❷ من الثاني . ❸ من أحدهما على الأقل ❹ من أحدهما على الأكثر

✍ **[٤٢]** اشترك ثلاثة لاعبين م ، ب ، جـ في مسابقة لرفع الأثقال ، فإذا كان احتمال فوز اللاعب م = ثلاثة أمثال احتمال فوز ب ، واحتمال فوز اللاعب ب = ضعف احتمال فوز اللاعب جـ فأوجد احتمال اللاعب ب أو جـ علما بأن لاعبا واحدا سيفوز فى المسابقة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

✍ **[٤٣]** اشترك ثلاث متسابقين م ، ب ، جـ فى مسابقة لرفع الأثقال فإذا كان احتمال فوز الحدث (م) يساوى ضعف احتمال فوز الحدث (ب) ، واحتمال فوز الحدث (ب) = احتمال فوز الحدث (جـ) وأن لاعب واحد فقط سيفوز فى المسابقة أوجد احتمال فوز ب أو جـ

✍ **[٤٤]** تسابق م ، ب ، جـ فى سباق ما ، فإذا كان احتمال فوز م بالسباق يقل عن احتمال فوز ب بمقدار $\frac{١}{٧}$ ، احتمال فوز جـ ضعف فوز م فأوجد احتمال : (١) فوز م أو ب

✍ **[٤٥]** إذا كان احتمال نجاح طالب فى التاريخ هو ٠,٦٥ ، احتمال نجاحه فى اللغة العربية هو ٠,٥٥ ، احتمال نجاحه فى المادتين معا هو ٠,٣٥ أوجد احتمال : أولا : نجاحه فى التاريخ فقط

ثانيا : رسوبه فى المادتين معا ثالثا : نجاحه فى مادة واحدة على

✍ **[٤٦]** إذا كان احتمال نجاح طالب فى التاريخ = ٠,٤ واحتمال نجاحه فى اللغة العربية = ٠,٤٥ واحتمال نجاحه فى التاريخ واللغة العربية = ٠,١٥ فأوجد احتمال : ❶ نجاحه فى التاريخ فقط ❷ رسوبه فى المادتين معا

✍ **[٤٧]** فصل دراسى به ٤٠ طالب منهم ١٥ يدرسون هواية الموسيقى ، ١٢ يدرسون هواية الرسم ، ٥ يدرسون الهوايتين معا . اختير طالب عشوائيا . أوجد احتمال أن يكون الطالب المختار دارسا :

أولا : إحدى الهوايتين على الأكثر ثانيا : هواية واحدة

✍ **[٤٨]** فصل دراسى به ٥٠ طالب منهم ٣٠ يدرسون الفيزياء ، و٢٠ يدرسون الرياضيات ، ١٥ يدرسون المادتين معا . اختير طالب عشوائيا . احسب احتمال أن يكون الطالب المختار :

أولا : دارسا لإحدى المادتين على الأقل ثانيا : دارسا للفيزياء فقط

✍ **[٤٩]** فصل دراسى به ٥٠ طالب منهم ٢٥ يدرسون الكيمياء ، ٢٠ يدرسون التاريخ ، ١٥ يدرسون الكيمياء والتاريخ فإذا اختير طالب عشوائيا أوجد احتمال ان يكون الطالب المختار ممن

❶ يدرسون الكيمياء أو التاريخ ❷ لا يدرس أيا من المادتين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

حمل التطبيق الأن

GET IT ON Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.MoRizK